

VÝPOČET NOVEJ REALIZÁCIE VÝŠKOVÉHO SYSTÉMU NA SLOVENSKU

PREZENTÁCIA STAVU PLNENIA KONCEPČNEJ ÚLOHY

Ing. Miroslava Majkráková

a kolektív odboru Geodetických základov GKÚ



Bratislava, 15. marca 2019

TEORETICKÉ POZADIE

Možnosti určenia normálnych výšok v ŠNS

Klasický spôsob – redukcia z tiažového zrýchlenia

$$C_q = O_\gamma + P$$

- Ortometrická korekcia – zbiehavosť ekvipot. plôch

$$O_\gamma = -2\beta H_s^{niv} \sin 2\varphi_s \Delta\varphi \doteq -0,0000254 H_s^{niv} \Delta\varphi'' \quad (\text{mm})$$

- Prevodový člen – lokálne zvlnenie ekvipot. plôch

$$P = \frac{1}{\bar{\gamma}} (g_A - \gamma_{A'})_s \Delta H^{niv} \doteq 0,0010193 (\Delta g_{JBA} + 0,1119 H^{niv})_s \quad (\text{mm})$$

Výsledkom sú **normálne prevýšenia**

$$\Delta H^N = \Delta H^{niv} + C_q$$

V súčasnosti používaný spôsob v ŠNS

TEORETICKÉ POZADIE

Možnosti určenia normálnych výšok v ŠNS

Využitie **geopotenciálnych kót** – nivelované prevýšenie a merané tiažové zrýchlenie

- Výpočet geopotenciálnych rozdielov

$$\Delta C_{AB} = \int_A^B g \, dH = \sum_A^B g_s \Delta H^{niv}$$

- Známa geopotenciálna kóta referenčného bodu

$$C_{ref} = H_{ref}^N \bar{\gamma}_{ref}$$

Výsledkom sú **normálne výšky podľa Molodenského**

$$H^N = \frac{C}{\bar{\gamma}}$$

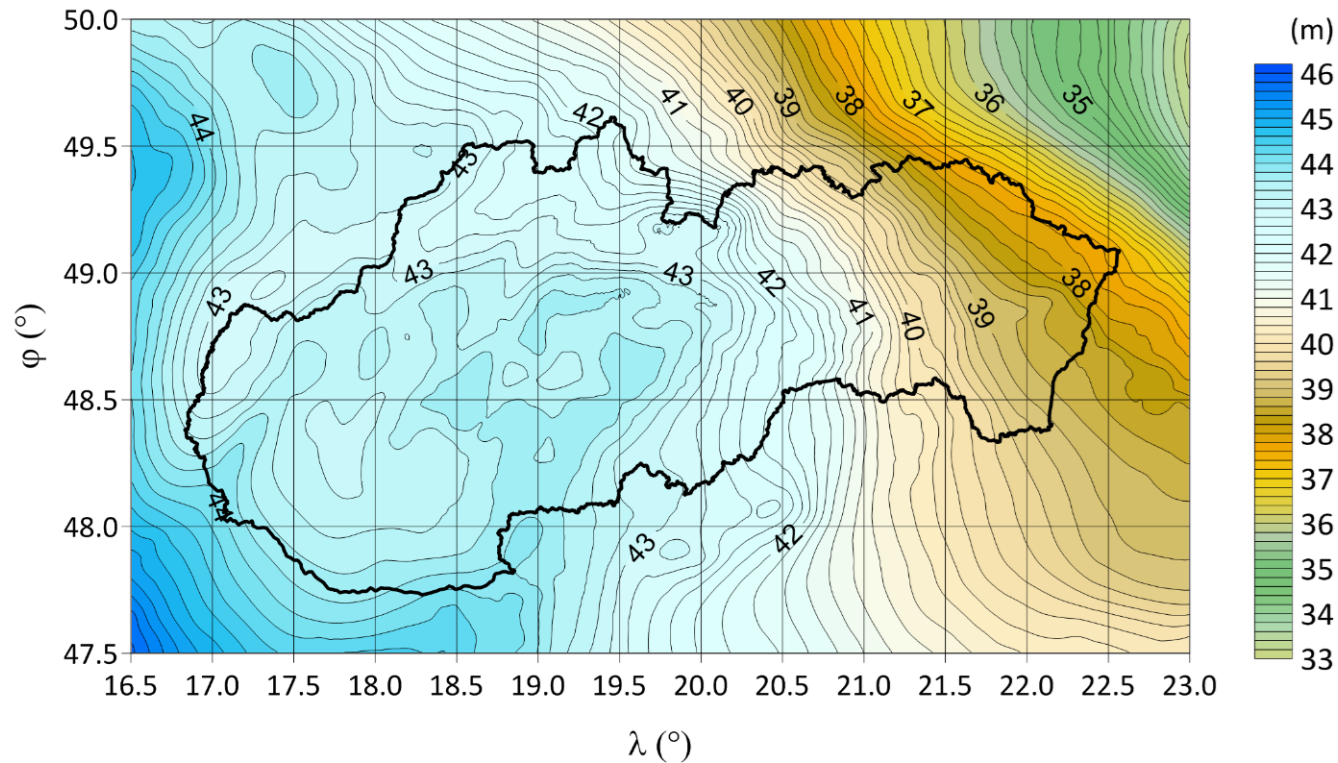
TEORETICKÉ POZADIE

Možnosti určenia normálnych výšok v ŠNS

GNSS nivelácia – elipsoidická výška a model kvázigeoidu

$$H^N = h - \zeta$$

- Na Slovensku – kvázigeoid DVRM-Bpv (Klobušíak a kol., 2005)



VÝVOJ A SÚČASNÝ STAV ŠNS

Baltský výškový systém po vyrovnaní

- Nulový bod mareografu Kronštatd
 - Pripojenie na strednú hladinu Baltského mora
- Normálne výšky podľa Molodenského
 - Normálne a skutočné hodnoty tiažového zrýchlenia
 - Vzťažná plocha – teluroid (kvázigeoid)
 - Helmertov vzťah pre γ_0 (1901 – 1909), Krasovského elipsoid

$$\gamma_{0H} = 9,78030(1 + 0,005302 \sin^2 \varphi - 0,000007 \sin^2 2\varphi) \quad (m \cdot s^{-2})$$

- **Klasický spôsob výpočtu** – Redukcia z tiažového zrýchlenia
 - Interpolácia Bouguerových anomálií zo spoločných máp vytvorených v ZSSR na tento účel (1:500 000 pre I. rád, 1:1 000 000 pre ostatné rády ČSĽNS)

VÝVOJ A SÚČASNÝ STAV ŠNS

Európsky vertikálny referenčný systém

- Definícia EVRS (od roku 2000)

- Výšky sú definované ekvipotenciálnou plochou

$$W_0 = W_{0E} = \textit{konšt.},$$

úroveň **mareografu Normaal Amsterdams Peil** (NAP),

- základnou jednotkou dĺžky je meter, jednotkou času je sekunda,
- výškový komponent je rozdiel potenciálov ΔW_P medzi referenčnou plochou EVRS a bodom P na zemskom povrchu; záporný rozdiel týchto potenciálov je rovný **geopotenciálnej kóte**

$$-\Delta W_P = C_P = W_{0E} - W_P,$$

- EVRS používa **zero tide** slapový systém

VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNÝCH KÓT V ŠNS

Geometrický komponent – nivelované prevýšenia

$$\Delta C_{AB} = \int_A^B g \, dH = \sum_A^B g_s \Delta H^{niv}$$

veľmi presná nivelácia



VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Geometrický komponent – nivelované prevýšenia

- **Systematické chyby a vonkajšie vplyvy** (Abelovič a kol.,1990)
 - Chyba z nezávislej polohy nivelačnej laty
 - Chyba z nesprávnej dĺžky latového metra
 - Chyba zo zmeny výšky prístroja a laty počas merania
 - Chyba z refrakcie
 - Vplyv sezónnych pohybov zemskej kôry
 - Zmena výšok nivelačných značiek
 - Vertikálne pohyby zemskej kôry
 - Vplyv Mesiaca a Slnka
 - Vplyv tiažového poľa Zeme

VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Geometrický komponent – nivelované prevýšenia

- **Systematické chyby a vonkajšie vplyvy** (Abelovič a kol.,1990)
 - Chyba z nezávislej polohy nivelačnej laty
 - Chyba z nesprávnej dĺžky latového metra
 - Chyba zo zmeny výšky prístroja a laty počas merania
 - Chyba z refrakcie
 - Vplyv sezónnych pohybov zemskej kôry
 - Zmena výšok nivelačných značiek
 - Vertikálne pohyby zemskej kôry
 - Vplyv Mesiaca a Slnka (periodická časť slapov ~ **0,009 mm**)
 - Vplyv tiažového poľa Zeme (redukcia z tiažového zrýchlenia)
- **Zavádzané korekcie v ŠNS**
 - Oprava z rozťažnosti invarového pásu vplyvom teploty a mierkového faktora nivelačnej laty (~ **0,004 mm**)
 - Oprava z rozdielu zakrivenia zemskeho povrchu a rozdielu refrakcie – excentricita prístroja (~ **0,025 mm**)

VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Fyzikálny komponent – tiažové zrýchlenie

$$\Delta C_{AB} = \int_A^B g \, dH = \sum_A^B g_s \Delta H^{niv}$$

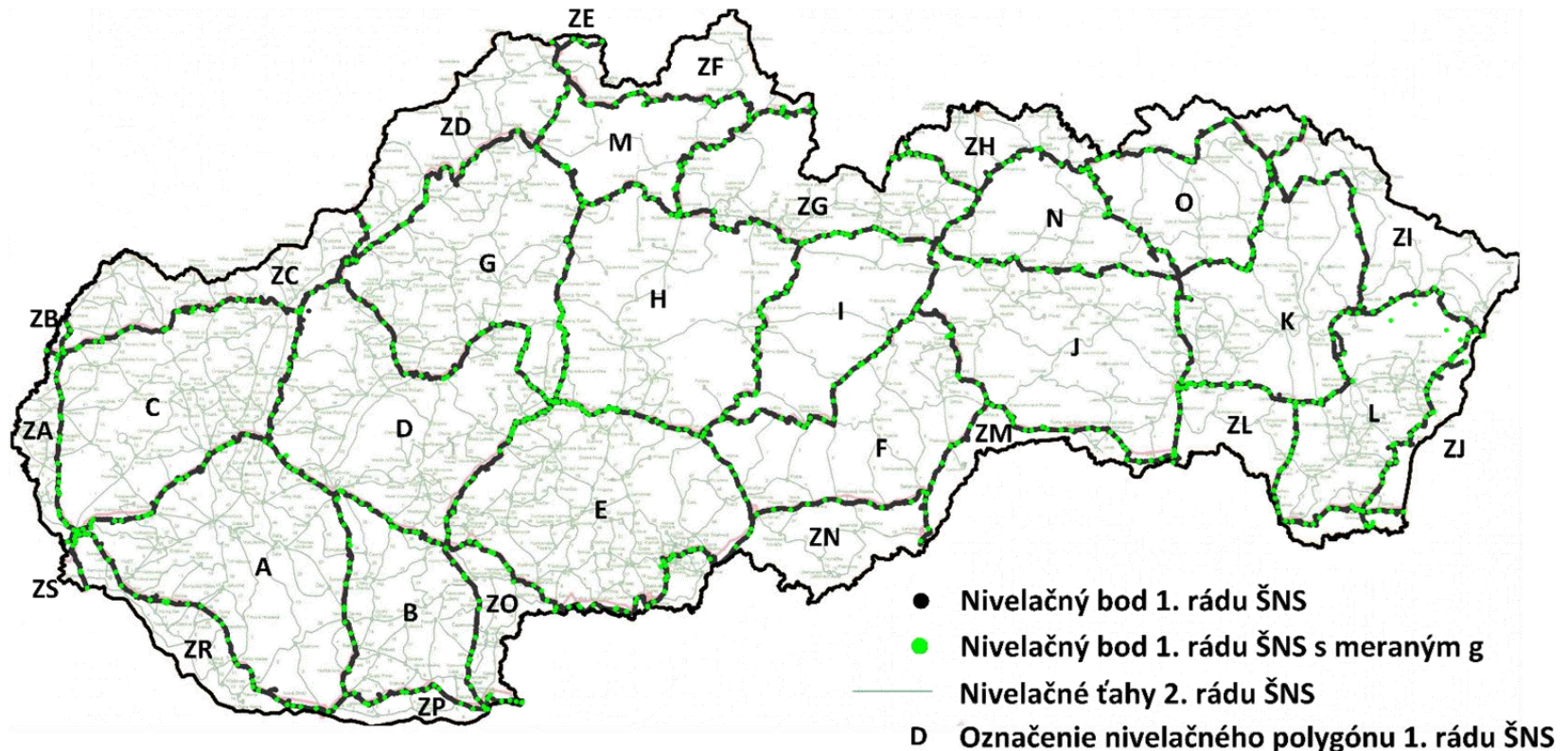
gravimetria



VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Fyzikálny komponent – tiažové zrýchlenie

- Meranie tiažového zrýchlenia na nivelačných bodoch
 - g_{mer} – iba **964**/11 000 bodov 1. rádu ŠNS



VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Fyzikálny komponent – tiažové zrýchlenie

- Meranie tiažového zrýchlenia na nivelačných bodoch

- g_{mer} – iba **964**/11 000 bodov 1. rádu ŠNS ($\approx 9\%$ bodov)

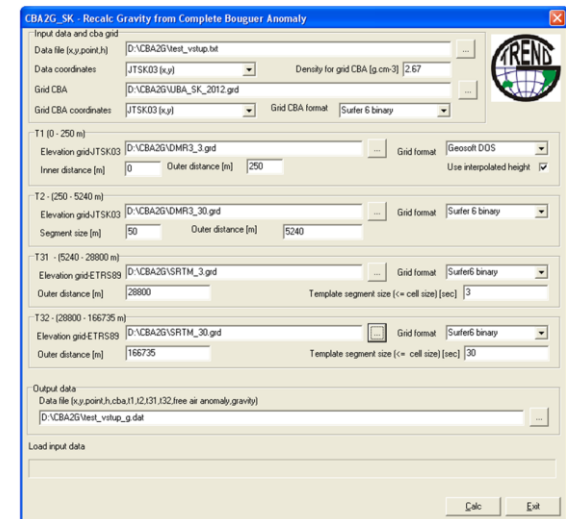
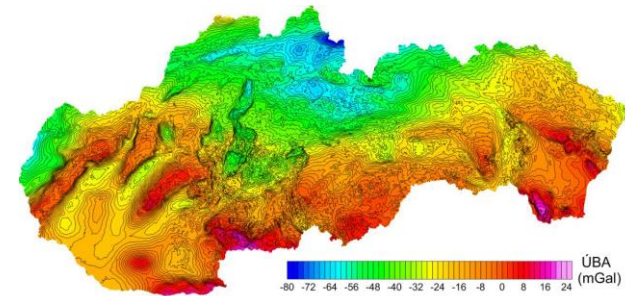
- Chýbajúce hodnoty tiažového zrýchlenia je potrebné dopočítať:

- **Klasický spôsob** (Bouguerova anomália)

- Interpolácia Δg_{JBA} z máp 1:25 000

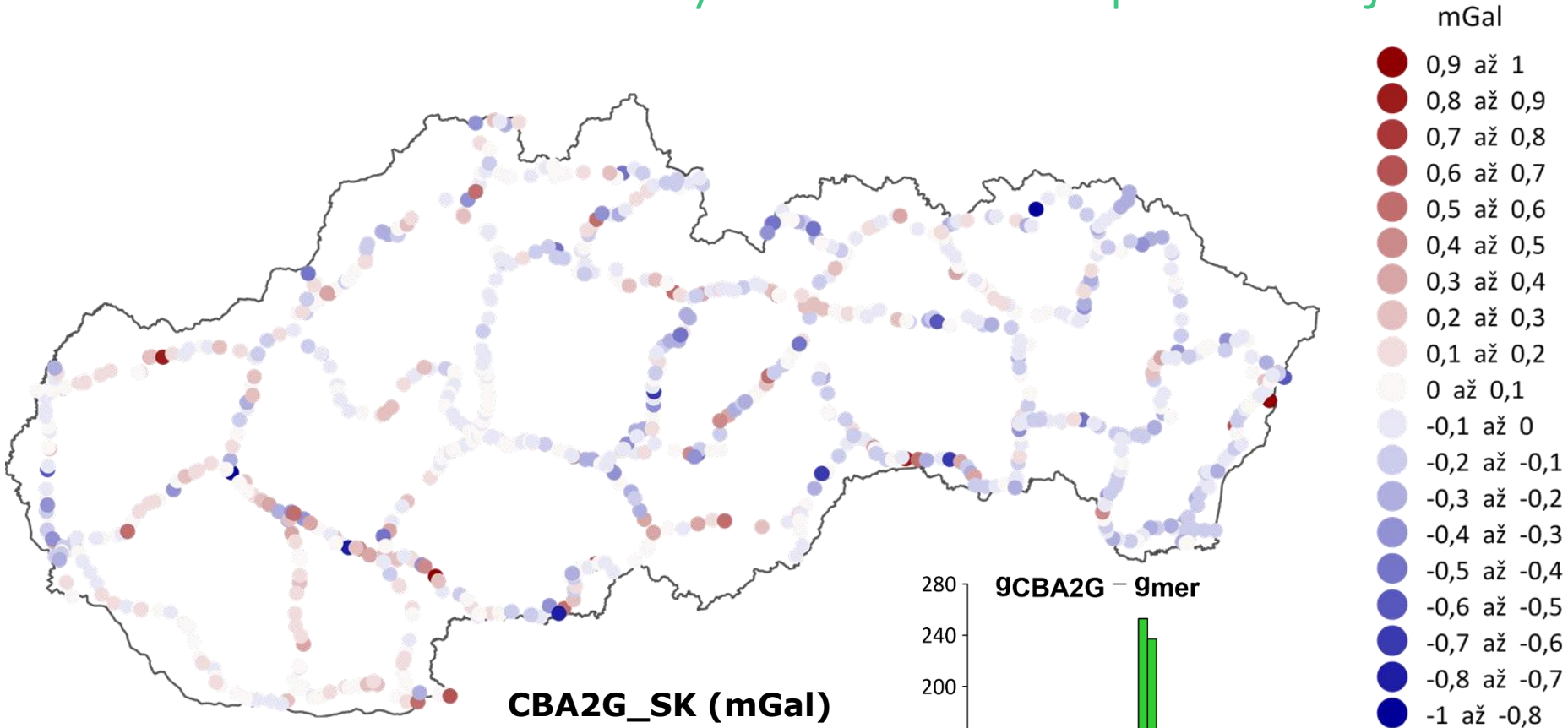
- **Geopotenciálne kóty** (Tiažove zrýchlenie)

- Výpočet z interpolovanej úplnej Bouguerovej anomálie (ÚBA) programom CBA2G_SK (Marušiak a kol.,2015)



VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Určenie tiažového zrýchlenia z interpolovanej ÚBA



CBA2G_SK (mGal)

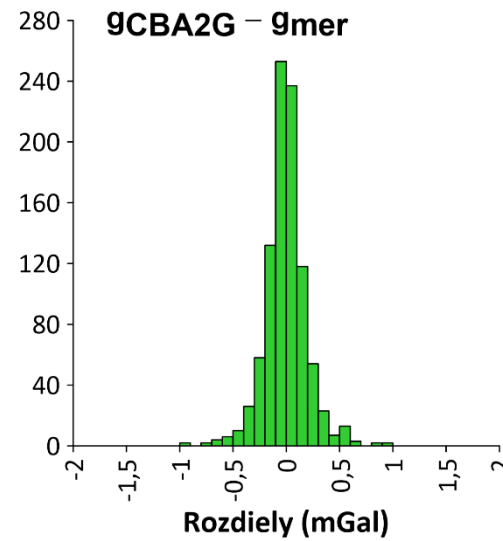
Počet hodnôt 964

Minimum -1,342

Maximum 7,200

Priemer 0,022

Stredná chyba 0,402



VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

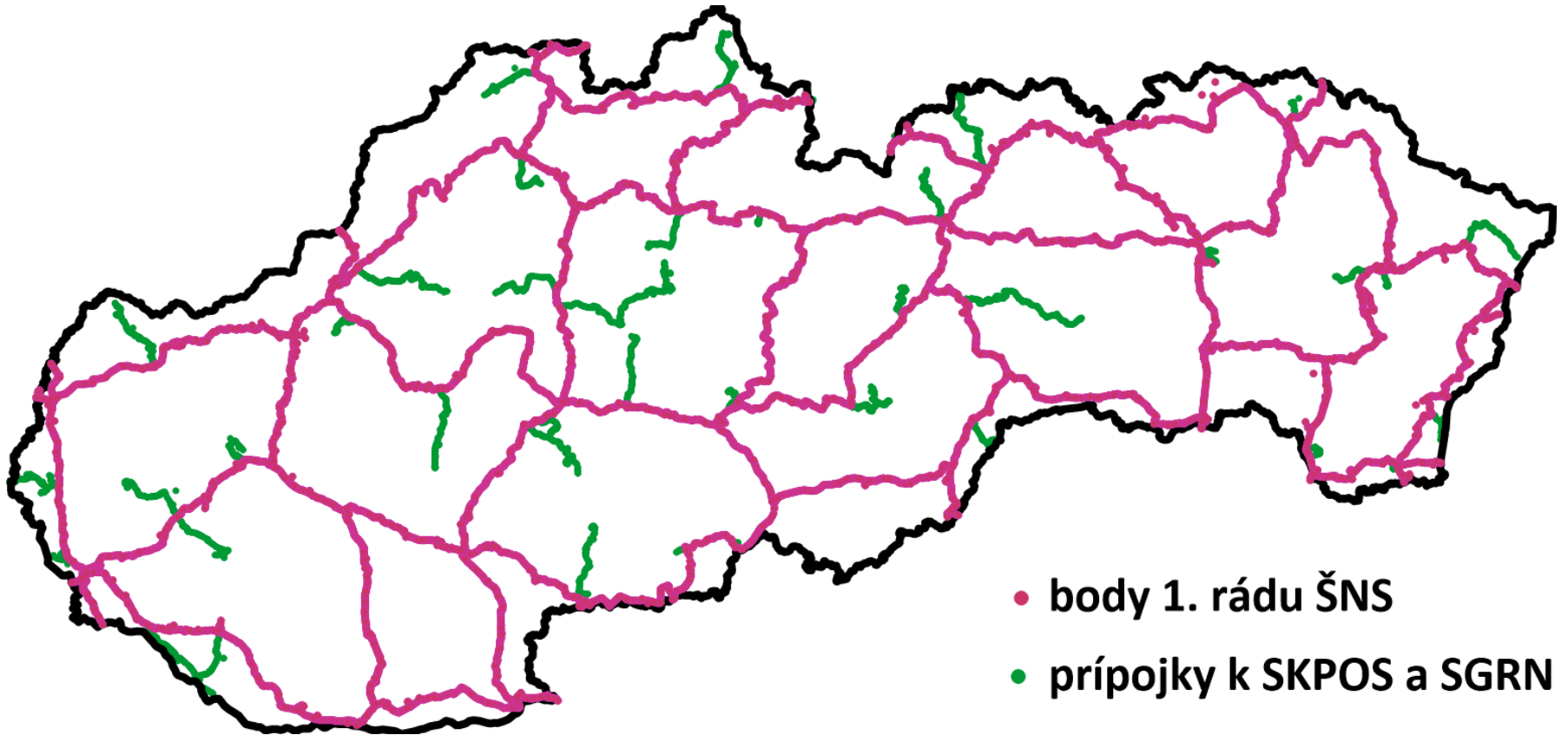
Vyrovnanie geopotenciálnych kót

- **Vstupné údaje k vyrovnaniu geopotenciálnych kót**
 - VPN na 1. ráde ŠNS z rokov 1996 – 2002 + dodatky do 2017 (68 niv. ťahov)
 - VPN na 2. ráde ŠNS k bodom SKPOS a SGRN (plánované pričlenenie k 1. rádu ŠNS) (43 niv. ťahov)
 - Korekcia l_0 (latový meter, teplotná rozťažnosť, refrakcia) zo softvéru VLS (Klobušiak a Ferianc, 2001)
 - Elipsoidické súradnice v systéme ETRS89
 - Dopočítaná astronomická korekcia (poloha a čas merania), odstránená časovo premenlivá zložka slapov
 - Tiažové zrýchlenia vypočítané z interpolovanej ÚBA
- Výpočet geopotenciálnych rozdielov pre 14 308 nivelovaných prevýšení

VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNÝCH KÓT V ŠNS

Vyrovnanie geopotenciálnych kót

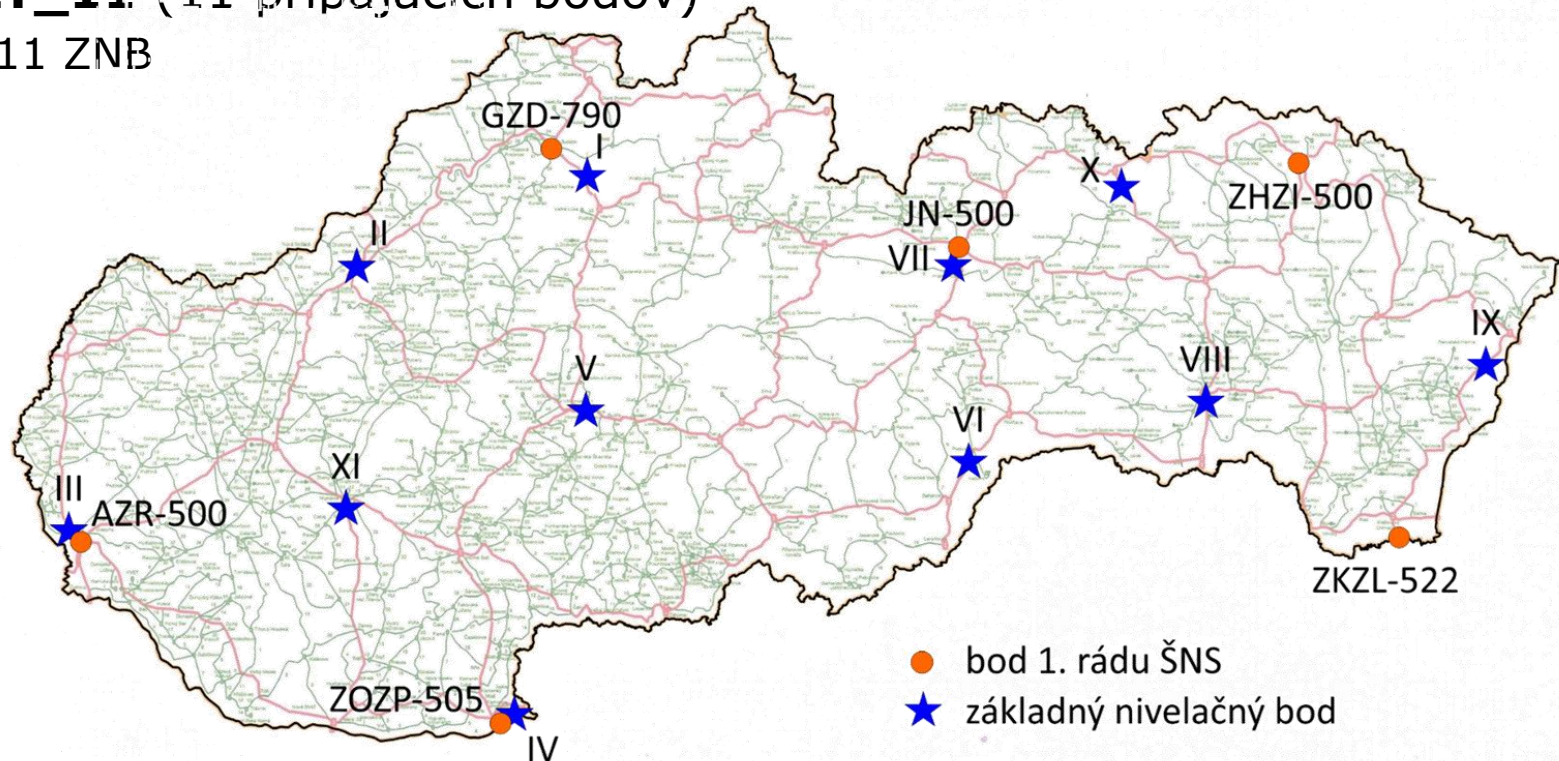
- **Vstupné údaje k vyrovnaniu geopotenciálnych kót**



VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Vyrovnanie geopotenciálnych kót v Bpv

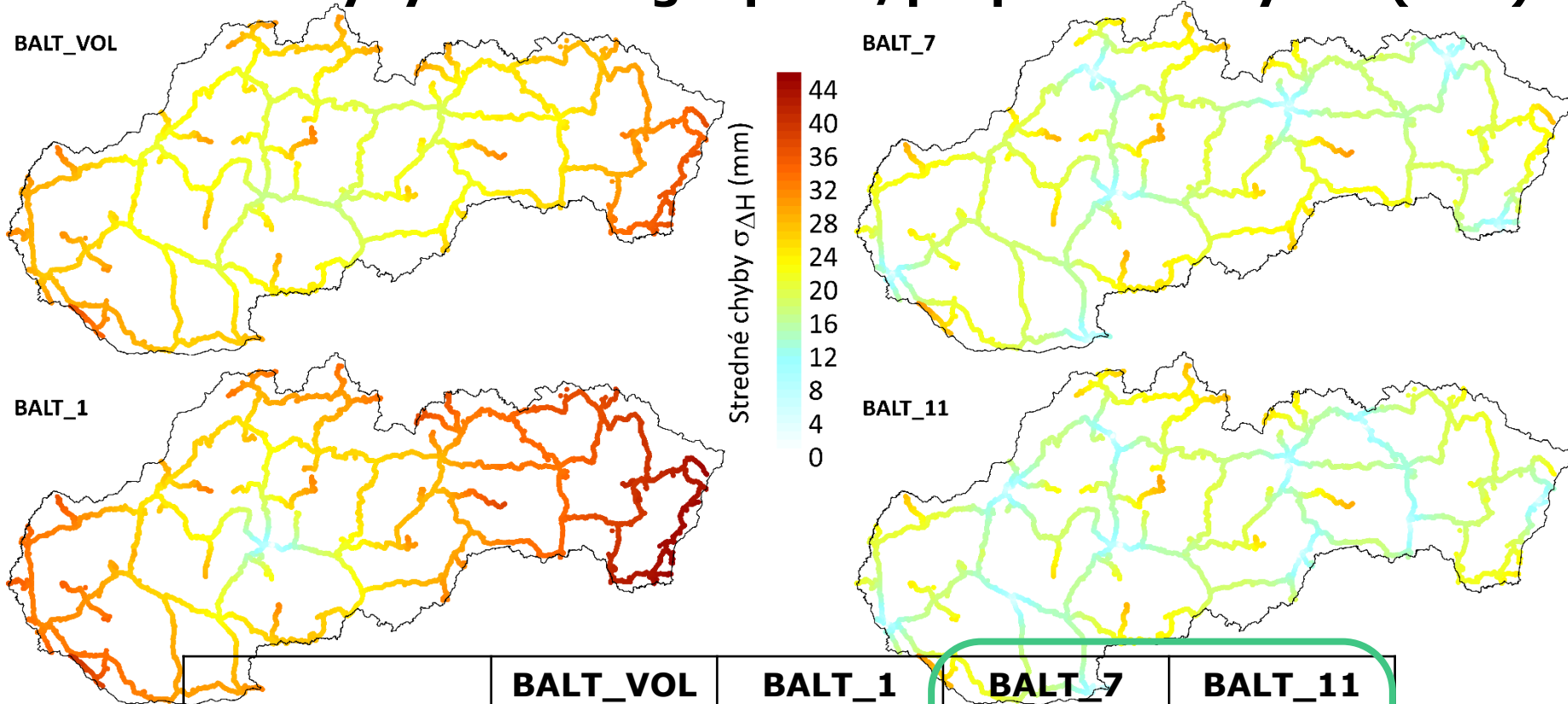
- **BALT_VOL** (voľné vyrovnanie)
- **BALT_1** (1 pripájací bod)
 - V (ZNB)
- **BALT_7** (7 pripájacích bodov)
 - AZR-500, V (ZNB), JN-500, GZD-790, ZOZP-505, ZKZL-522, ZHZI-500
- **BALT_11**. (11 pripájacích bodov)
 - 11 ZNB



VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Vyrovnanie geopotenciálnych kót v Bpv

- **Stredné chyby odhadu geop.kót/prepočet do výšok (mm)**

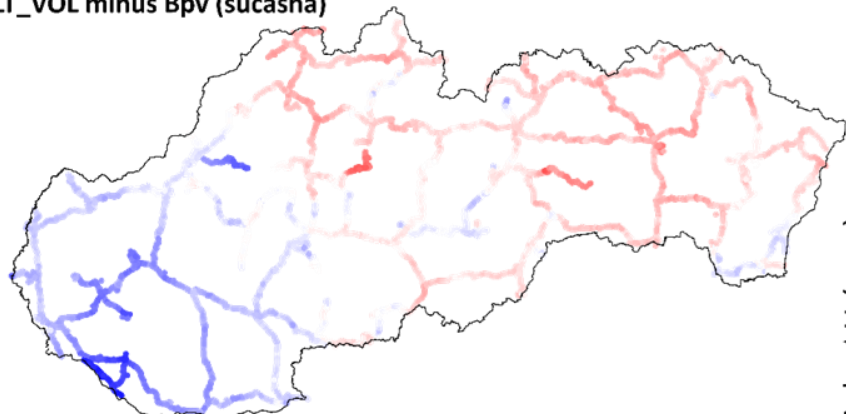


	BALT_VOL	BALT_1	BALT_7	BALT_11
Počet hodnôt		13 753		
Min	16,294	0,443	0,323	0,322
Max	37,427	45,458	30,452	30,689
Priemer	24,531	29,270	17,999	16,495

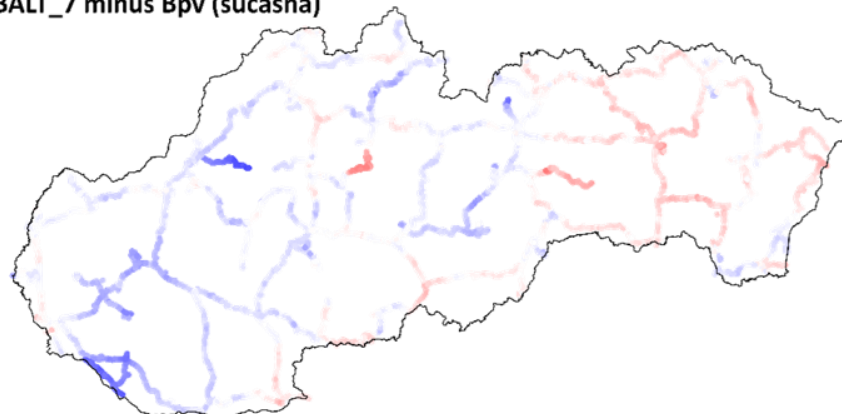
VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Vyrovnanie geopotenciálnych kót v Bpv

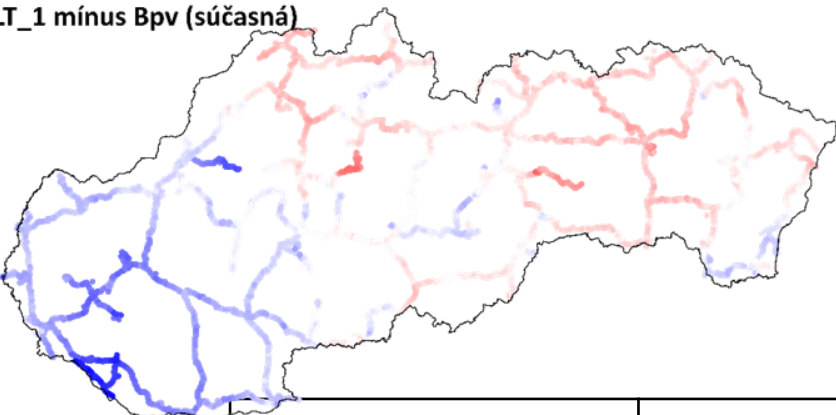
BALT_VOL minus Bpv (súčasná)



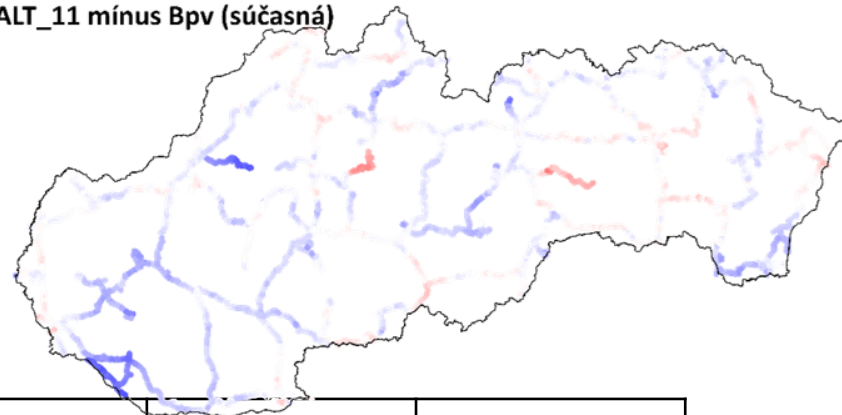
BALT_7 minus Bpv (súčasná)



BALT_1 minus Bpv (súčasná)



BALT_11 minus Bpv (súčasná)



Rozdiely ΔH (mm)

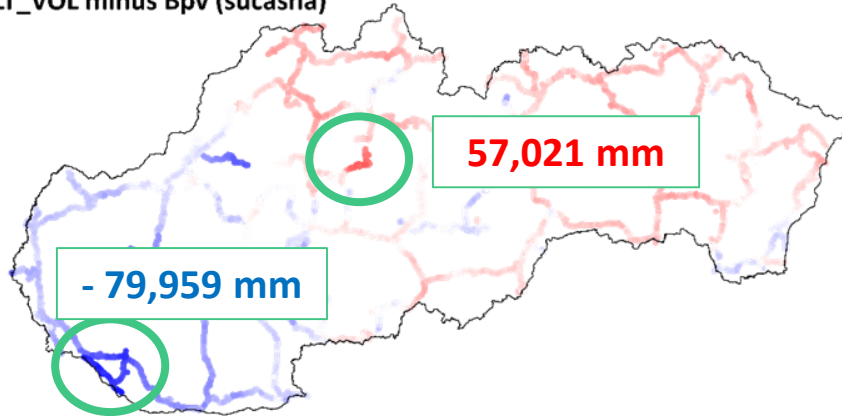
83
71
59
47
35
23
11
-1
-13
-25
-37
-49
-61
-73
-85

Rozdiely (mm)	BALT_VOL	BALT_1	BALT_7	BALT_11
Počet hodnôt	13 753			
Min	-79,959	-84,630	-66,221	-61,913
Max	57,021	52,351	44,481	43,369
Priemer	0,000	-4,671	-3,451	-6,113

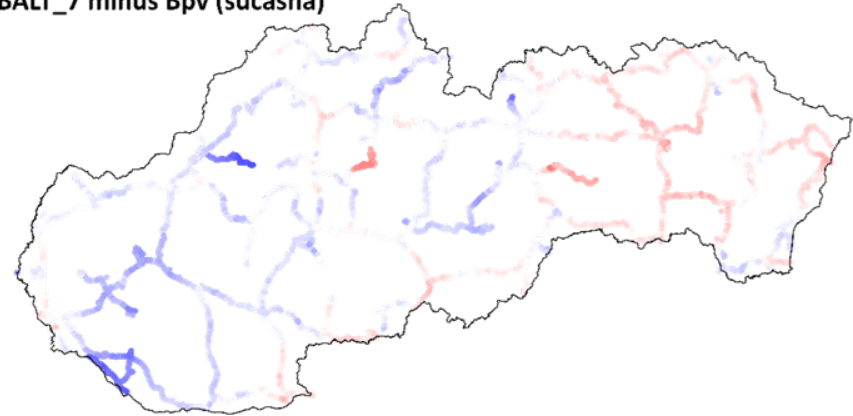
VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Vyrovnanie geopotenciálnych kót v Bpv

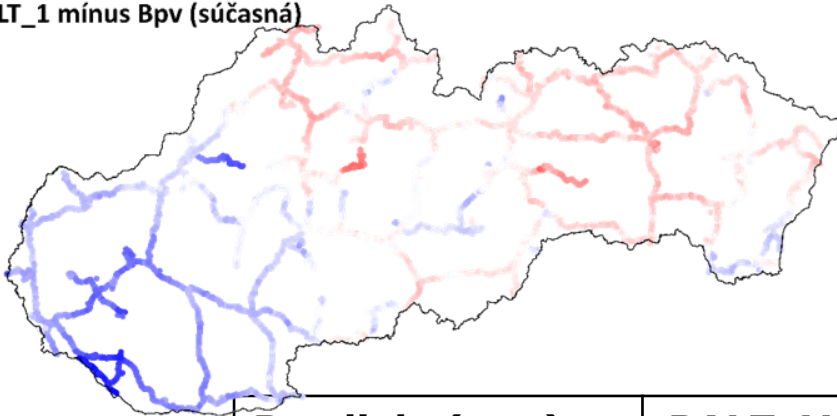
BALT_VOL minus Bpv (súčasná)



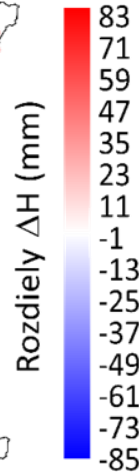
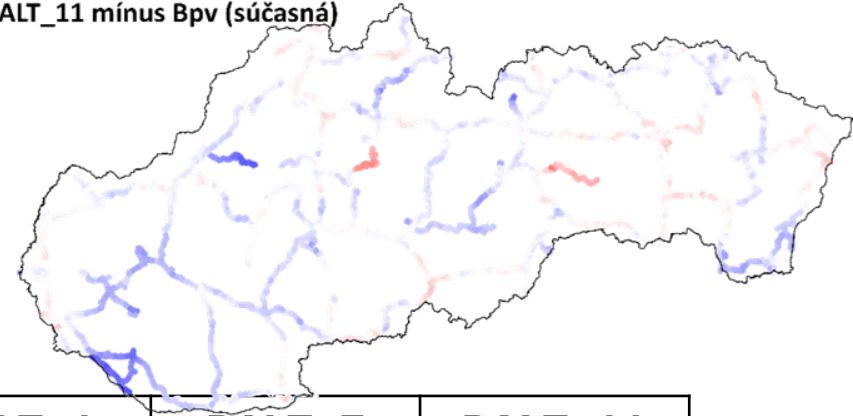
BALT_7 minus Bpv (súčasná)



BALT_1 minus Bpv (súčasná)



BALT_11 minus Bpv (súčasná)

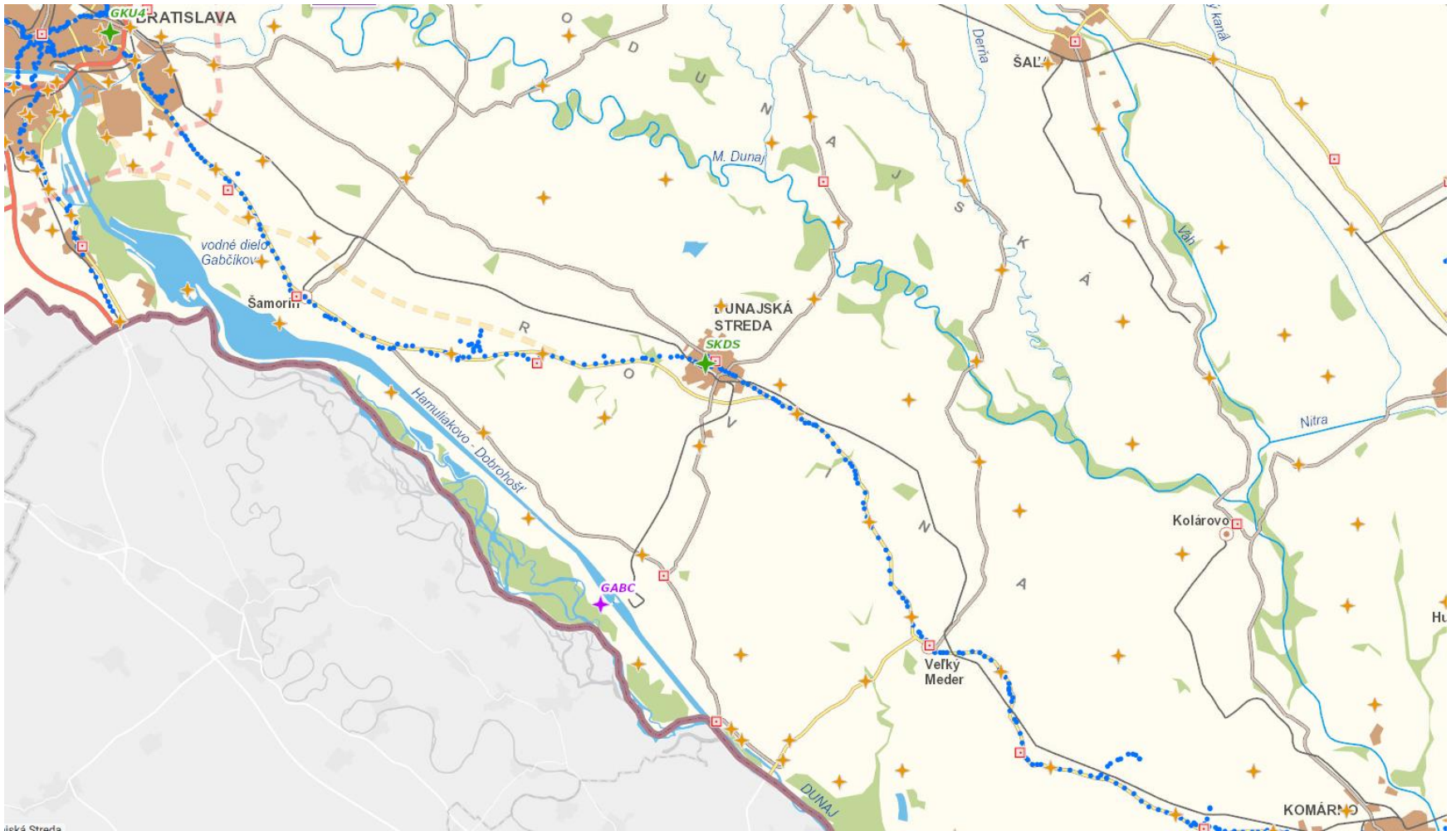


Rozdiely (mm)	BALT_VOL	BALT_1	BALT_7	BALT_11
Počet hodnôt	13 753			
Min	-79,959	-84,630	-66,221	-61,913
Max	57,021	52,351	44,481	43,369
Priemer	0,000	-4,671	-3,451	-6,113

VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Analýza maximálnych prírastkov

- **nivelačný ťah AZR (Bratislava – Komárno)**

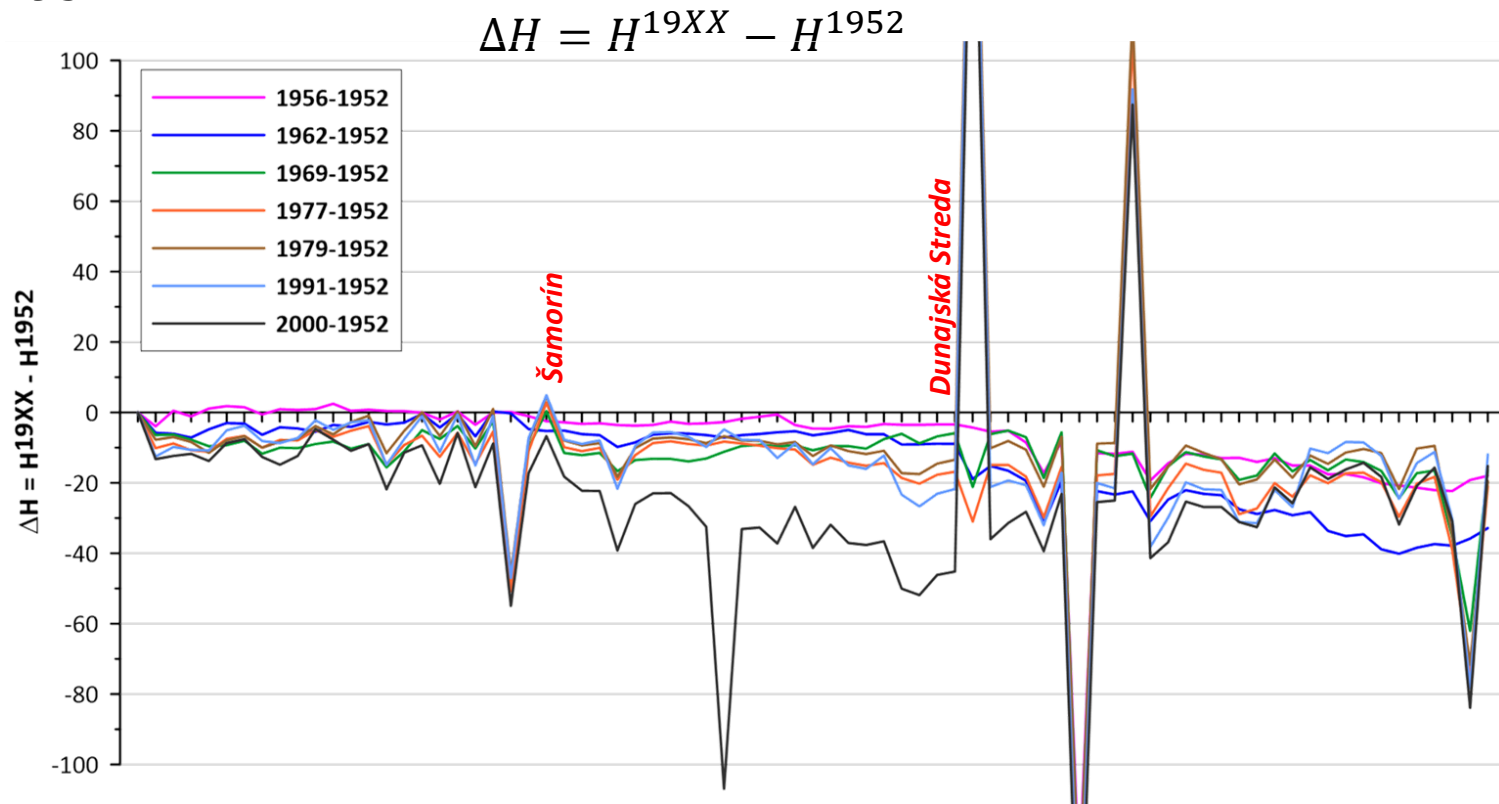


VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Analýza maximálnych prírastkov

• nivelačný ťah AZR (Bratislava – Komárno)

- max. zmena oproti pôvodnému vyrovnaniu v Bpv, -6 cm až -8 cm (v závislosti od metódy)
- výpočet relatívnych výšok bodov k AZR-500 (Bratislava) z meraných prevýšení od roku 1952 do 2000
- výpočet rozdielov výšok na identických bodoch oproti základnej epoche 1952



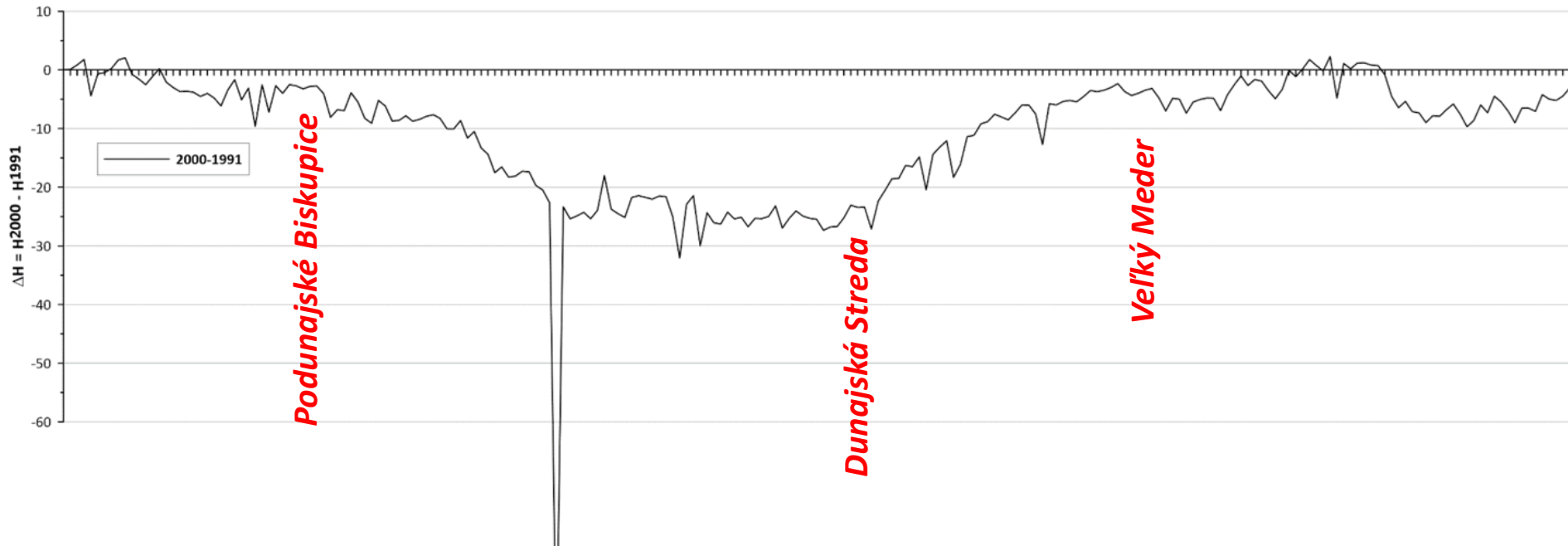
VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Analýza maximálnych prírastkov

- **nivelačný ťah AZR (Bratislava – Komárno)**

- max. zmena oproti pôvodnému vyrovnaniu v Bpv, -6 cm až -8 cm (v závislosti od metódy)
- výpočet relatívnych výšok bodov k AZR-500 (Bratislava) z meraných prevýšení od roku 1952 do 2000 (8 realizácií)
- výpočet rozdielov výšok na identických bodoch oproti základnej epoche 1952

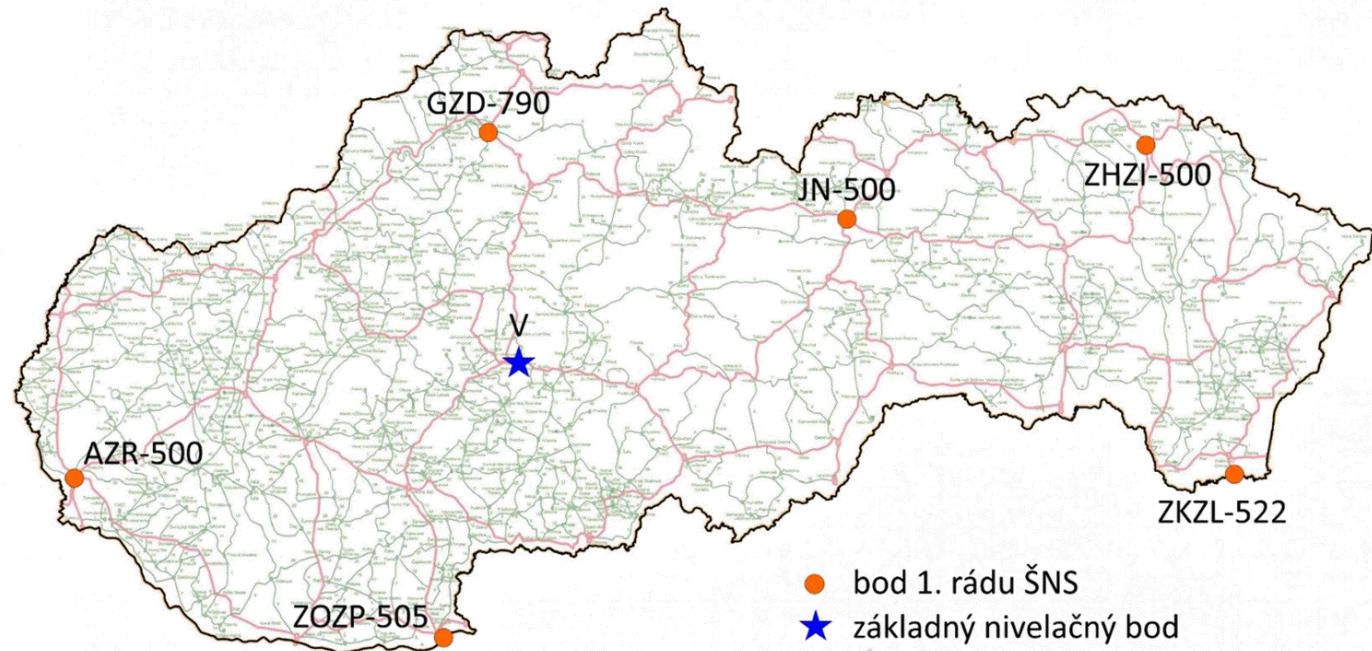
$$\Delta H = H^{19XX} - H^{1952}$$



VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Vyrovnanie geopotenciálnych kót v EVRS

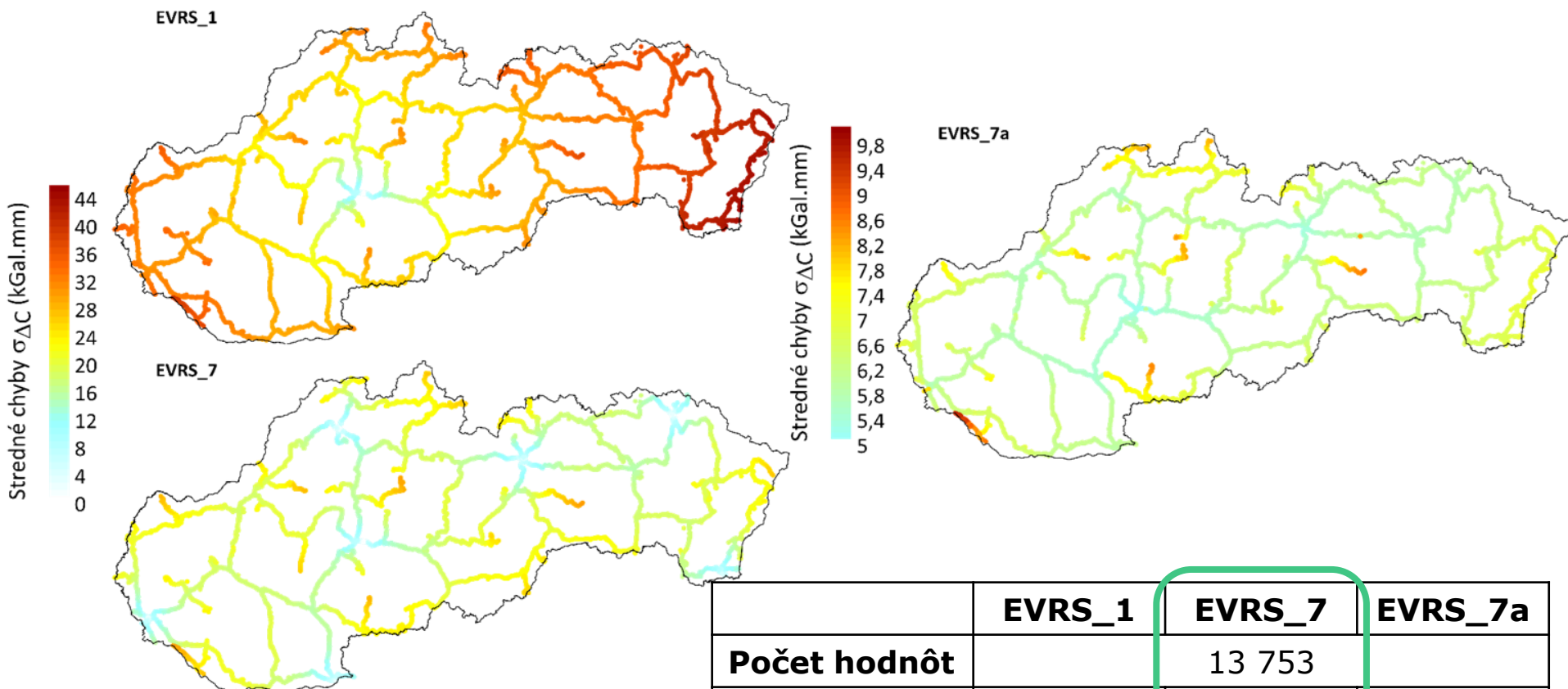
- Vyrovnanie v EVRS (realizácia EVRF2007)
 - **EVRS_1** (1 pripájací bod)
 - V (ZNB)
 - **EVRS_7** (7 pripájacích bodov)
 - AZR-500, V (ZNB), JN-500, GZD-790, ZOZP-505, ZKZL-522, ZHZI-500
 - **EVRS_7a** (7 pripájacích bodov + stredné chyby)
 - AZR-500, V (ZNB), JN-500, GZD-790, ZOZP-505, ZKZL-522, ZHZI-500



VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Vyrovnanie geopotenciálnych kót v EVRS

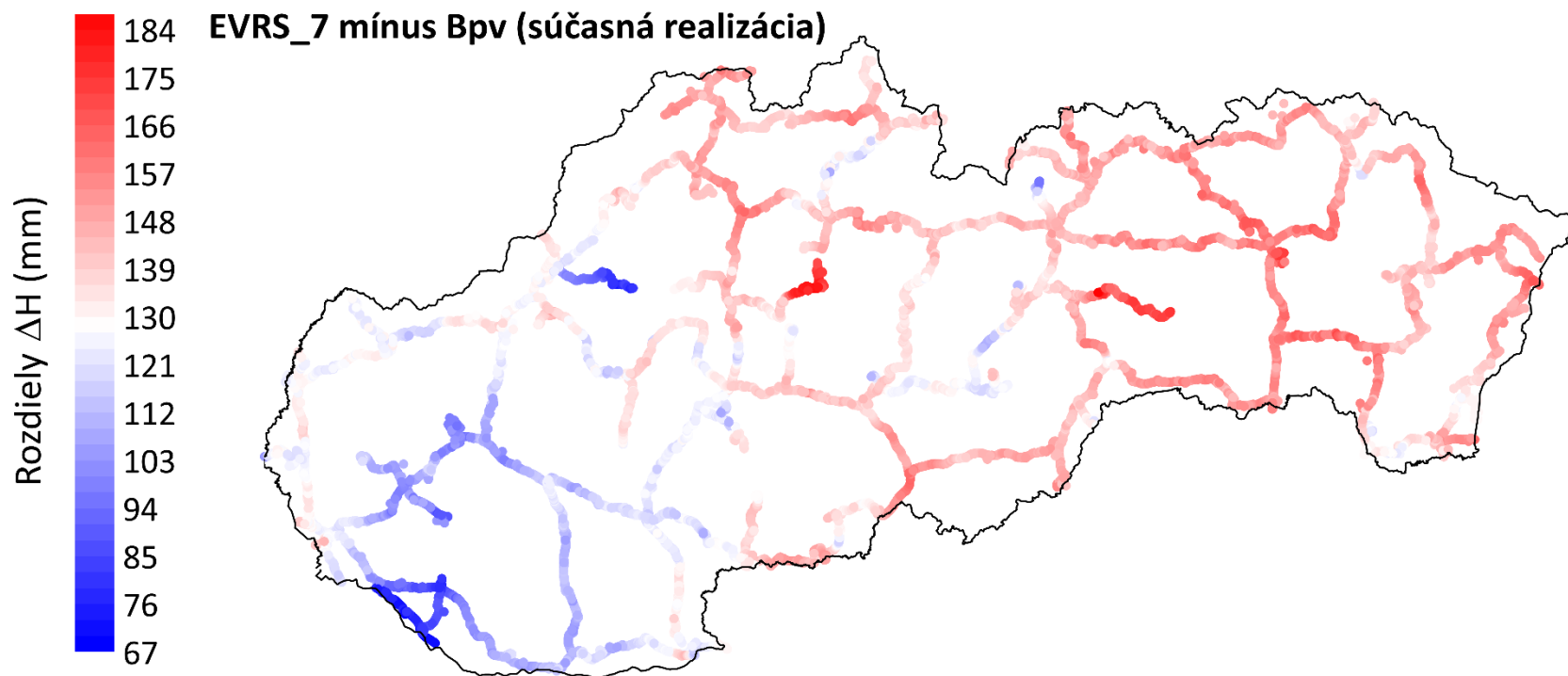
- **Stredné chyby odhadu geopotenciálnych kót (kGal.mm)**



	EVRS_1	EVRS_7	EVRS_7a
Počet hodnôt		13 753	
Min	0,435	0,316	5,120
Max	44,591	29,804	9,562
Priemer	28,711	17,616	6,245

VÝPOČET GEOPOTENCIÁLNYCH KÓT V ŠNS

Vyrovnanie geopotenciálnych kót v EVRS



EVRS_7 – Bpv	mm
Počet hodnôt	13 753
Min	67,093
Max	185,250
Priemer	133,881

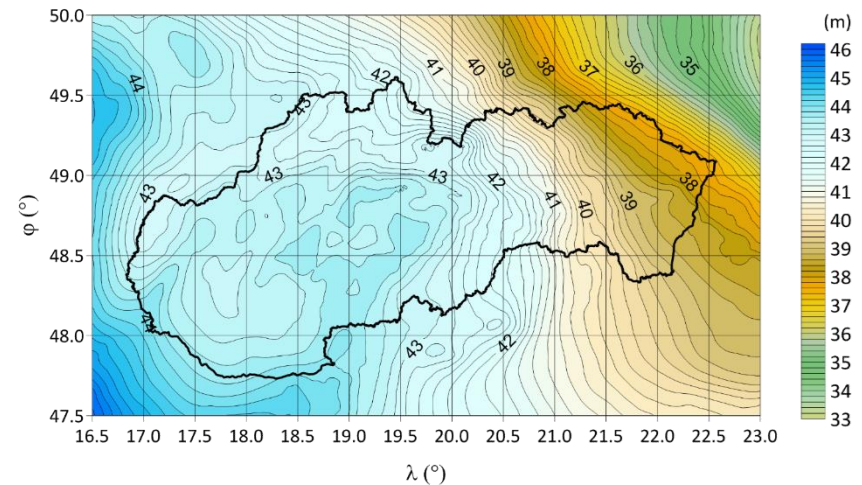
Rozdiely reprezentujú:

- výškový rozdiel NAP a Kronštadt
- rozdiely v slapových systémoch
- rozdiel v spôsobe výpočtu

KONTROLA VÝPOČTU NOVÝCH REALIZÁCIÍ POMOCOU KVÁZIGEOIDOV

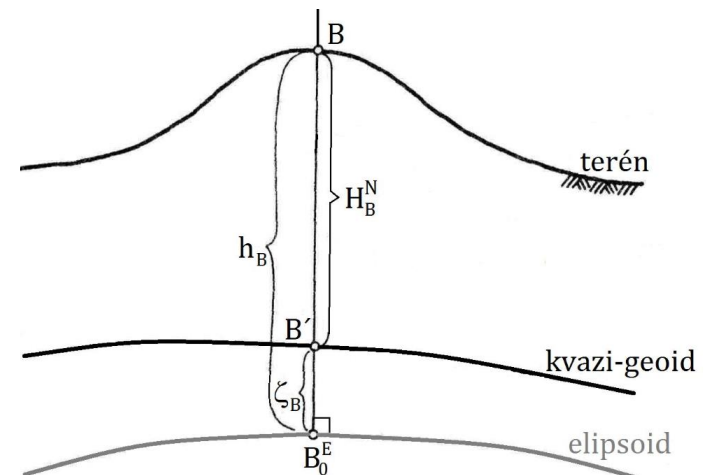
- **Kvázigeoid DVRM05**

- vypočítaný 2005
- metóda RCR
- fitovaný na 304 bodov ŠPS/ŠNS
- presnosť $1\sigma = 34$ mm



- **Kvázigeoid KGZA STU (B.Bucha)**

- vypočítaný 2016
- metóda SRBF
- nefitovaný
- presnosť $1\sigma = 27$ mm



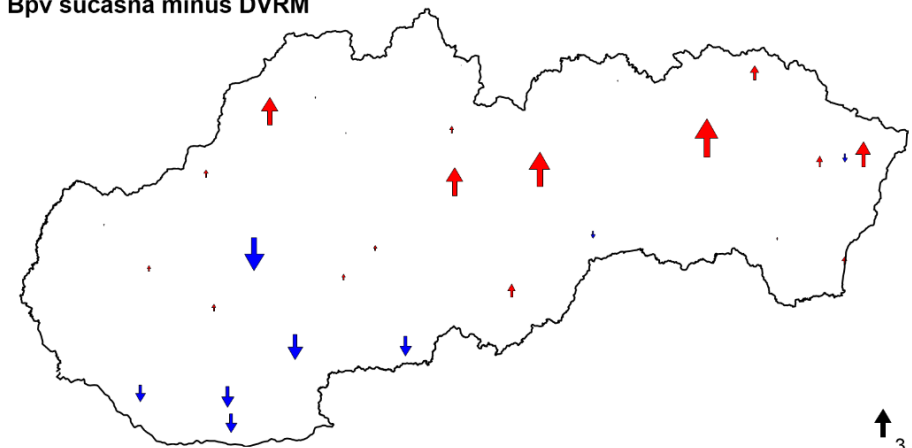
KONTROLA VÝPOČTU NOVÝCH REALIZÁCIÍ POMOCOU KVÁZIGEOIDOV

• Testovanie na bodoch SKPOS a SGRN

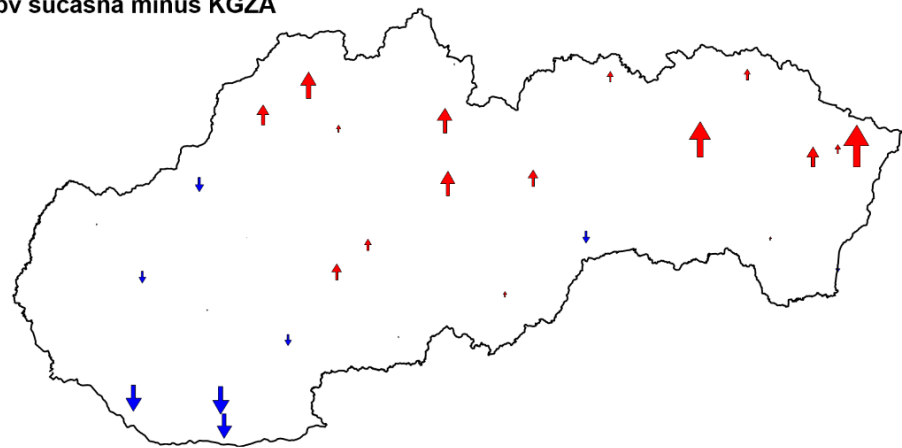
- počet bodov: 34
- presná elipsoidická výška h ($1\sigma = 15$ mm)
- vyrovnaná normálna výška v Bpv 2019 a EVRS
- výpočet výšok kvázigeoidu $\zeta = h - H$
 - porovnanie s DVRM a novým kvázigeoidom (KGZA STU)

	Bpv - DVRM	BALT_7 - DVRM	EVRS_7 - DVRM	Bpv - KGZA	BALT_7 - KGZA	EVRS_7 - KGZA
Minimum	-35,02	-24,21	-163,01	495,60	524,73	393,19
Maximum	56,98	41,26	-92,93	586,10	576,23	437,47
Priemer	4,66	7,66	-130,58	543,77	551,07	413,57
Str.chyba	18,35	16,90	17,43	18,48	13,48	12,78

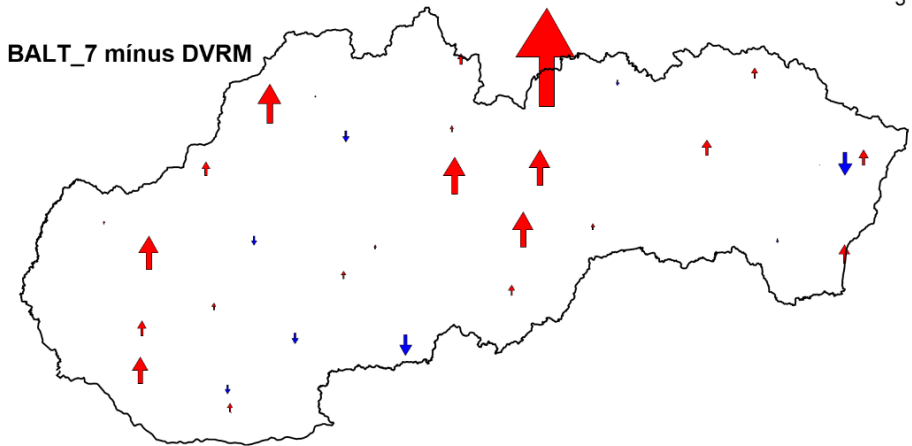
Bpv súčasná minus DVRM



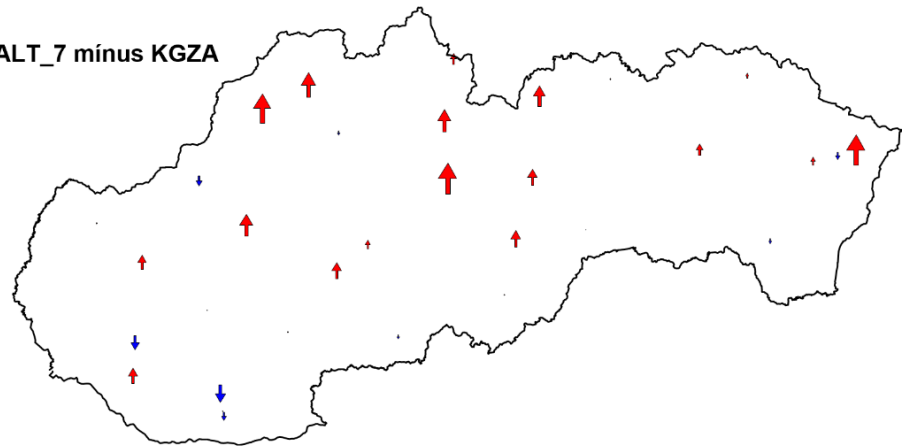
Bpv súčasná minus KGZA



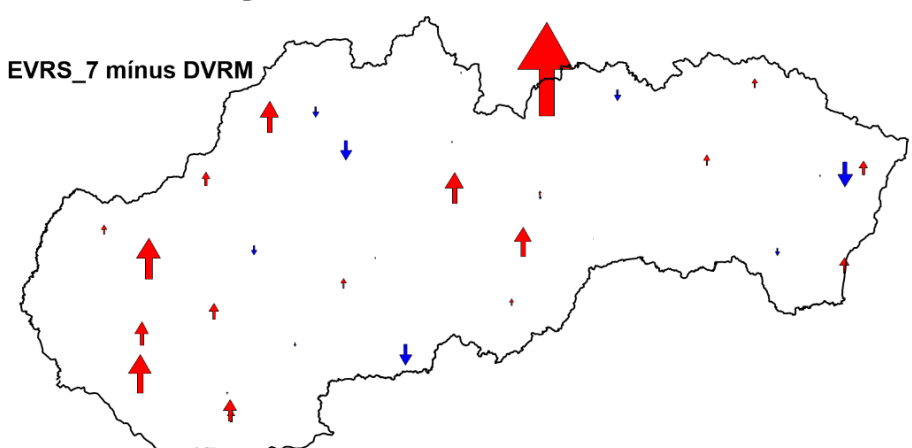
BALT_7 minus DVRM



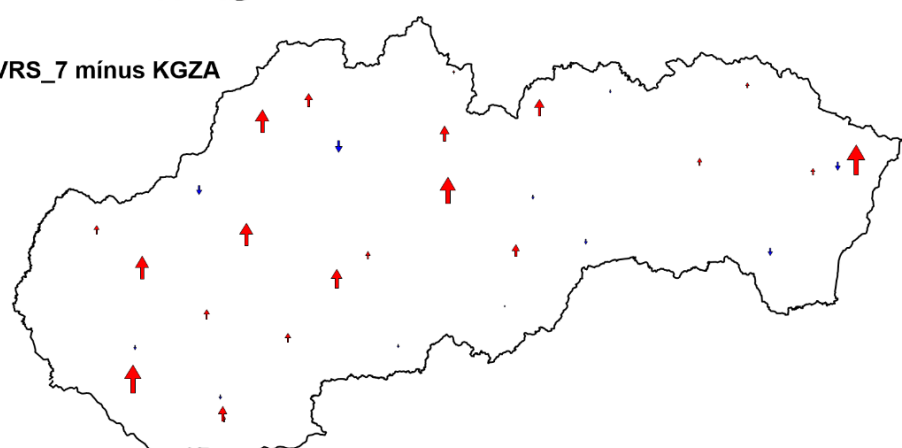
BALT_7 minus KGZA



EVRS_7 minus DVRM



EVRS_7 minus KGZA



ZHRNUTIE VÝSLEDKOV

Výhody a nevýhody EVRS

- **EVRS – geopotenciálne kóty**

- + moderný prístup
 - + jednoznačnosť, nezávislosť na trase nivelácie
 - + jednoduchá aktualizácia so zmenou rámca (napr. EVRF2007 a EVRF2019)
 - + známa presnosť geopotenciálnych kót
 - + transformácia na normálnu výšku použitím γ_0 pre GRS-80, poloha v ETRS89
 - + definovaný slapový systém v súlade s rezolúciami IAG
 - + korektné napojenie ŠNS k EVRS (EVRF20xx)
 - + zmeny výšok z Bpv na EVRS +11 až +15 cm, iba v jednom smere, viditeľná zmena hodnôt – výhoda pre prax
 - + konzistentnosť s kvázigeoidom KGZA na úrovni 12,8 mm
-
- v praxi málo známy výškový systém
 - potreba úpravy legislatívy
 - dopady na celú spoločnosť (nadmorské výšky letísk, priehrad ...) → nutná koordinácia pri implementácii

ZHRNUTIE VÝSLEDKOV

Výhody a nevýhody Bpv

- **Bpv – cez geopotenciálne kóty (Bpv 2019)**

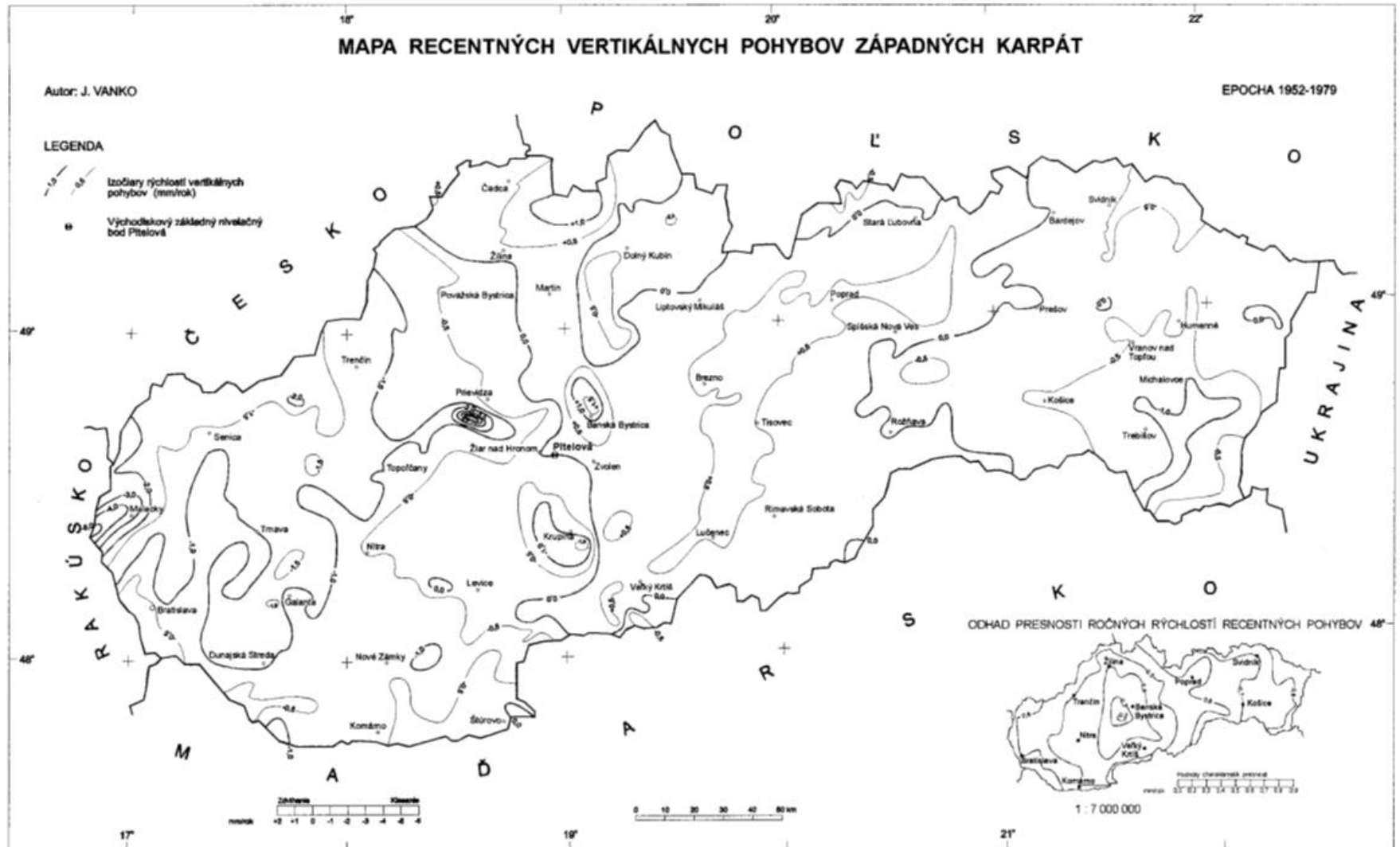
- rozpor s pôvodnou definíciou Bpv
 - použitie približných vzťahov, pre neaktuálne geodetické základy
 - Krasovského elipsoid vs. GRS-80
 - nepresná transformácia k EVRS
 - zmeny výšok ± 6 cm v závislosti od pripojenia – kladné aj záporné hodnoty, nevýhoda pre prax – možnosť zámenny s pôvodným Bpv
 - nutnosť používania nového označenia, napr. Bpv 2019
 - dopady na celú spoločnosť (nadmorské výšky letísk, priehrad ...) → nutná koordinácia pri implementácii
-
- + v praxi zaužívaný výškový systém
 - + jednoduchšia úprava legislatívy – iba doplnenie realizácie
 - + konzistentnosť s kvázigeoidom KGZA na úrovni 13,5 mm (horšia oproti EVRS)

RECENTNÉ VERTIKÁLNE POHYBY (RVP)

- Sledovanie vertikálnych pohybov zemskej kôry prebiehajúcich v súčasnej dobe
 - Pohyb bodov, resp. objektov, na ktorých sú stabilizované
 - Lokálne pohyby vyvolané technogénnou činnosťou
 - Geodynamické procesy zemskej kôry
- VPN – najspoľahlivejšia metóda na odhalenie RVP
 - Opakované nivelácie (ON)
 - Dodržanie zásad merania pri VPN, dosiahnutie presnosti VPN
 - Voľba stabilných identických bodov (hĺbková stabilizácia, čapové NZ, NK)
 - Dostatočný interval medzi meraniami, dodržanie ročného obdobia pri ON

RECENTNÉ VERTIKÁLNE POHYBY

Doterajší výskum RVP na našom území



Mapa RVP zemskej kôry pre epochu 1952 – 1979 (Hefty, Vanko, 2005)

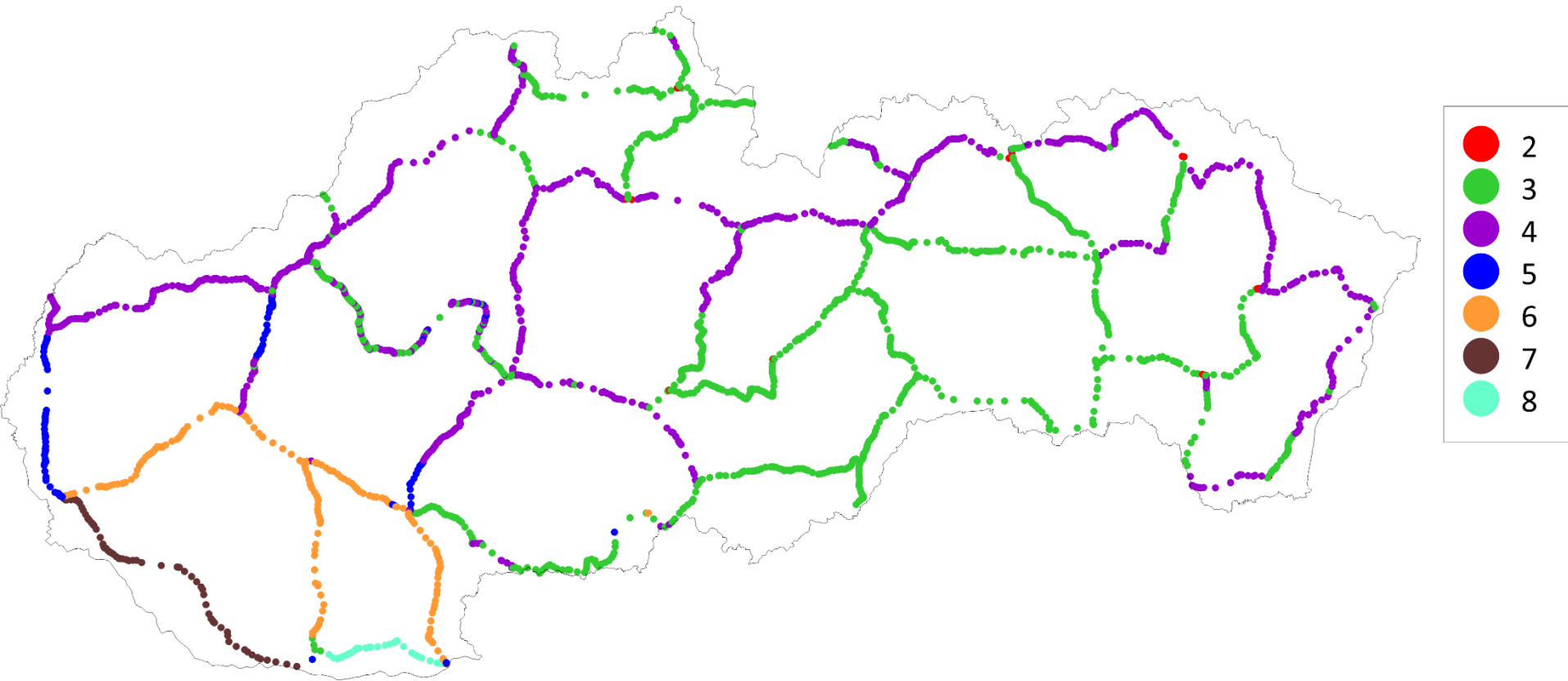
RECENTNÉ VERTIKÁLNE POHYBY

Použité podklady pre nový výpočet RVP

- **Tvorba novej mapy RVP pre územie Slovenska**
- Dostupné nivelačné podklady
 - 2. čs. nivelácia (ČSJNS) 1945 – 1960
 - 1. čs. opakovaná nivelácia 1961 – 1972
 - 2. čs. opakovaná nivelácia 1973 – 1978
 - Štátna nivelačná sieť 1996 – 2002
 - Dodatočné merania 1. rádov ŠNS (2002 – 2016)
- Výsledná rýchlosť vzťahnutá k bodu GH-502
 - Uzlový bod ČSJNS (ŽIAR NAD HRONOM), dostatok meraní
 - Stabilita od 60. rokov (analýza GKÚ)
 - V blízkosti ZNB V (iba jednostranné pripojenie do ŠNS)
 - Súčasný UB EH-500 nevhodný, stabilizácia v roku 1997

RECENTNÉ VERTIKÁLNE POHYBY

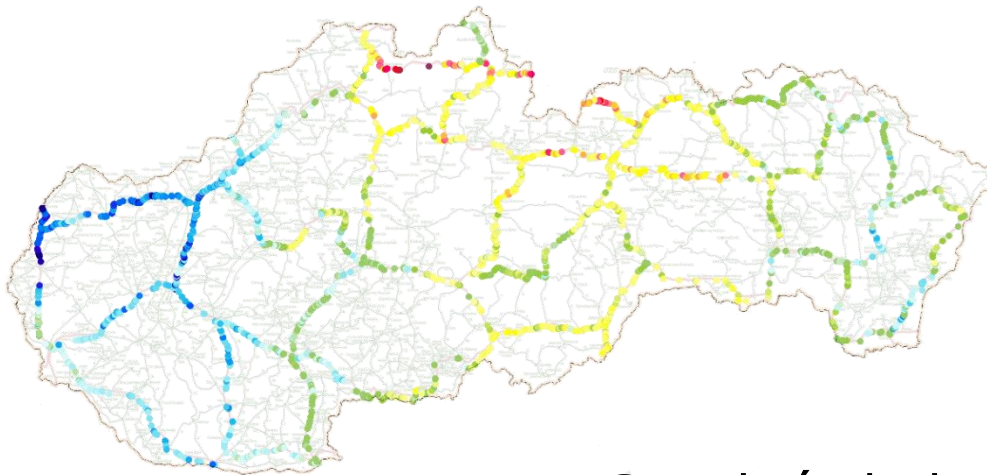
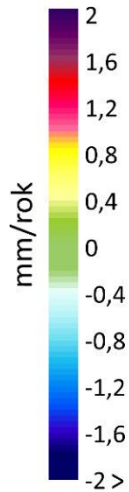
Identifikácia nivelačných ťahov a výber bodov



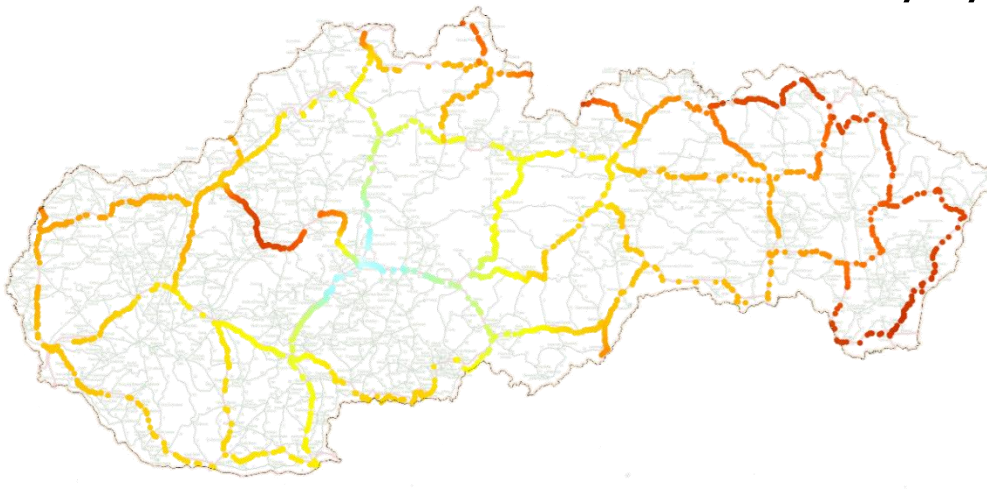
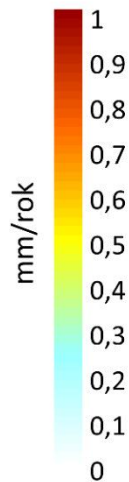
RECENTNÉ VERTIKÁLNE POHYBY

Analýza výpočtu RVP

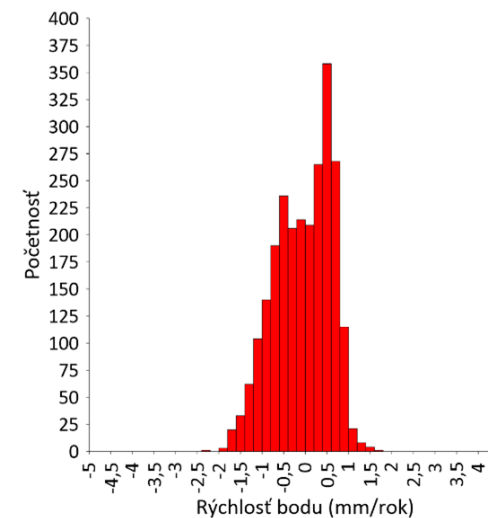
Vertikálne rýchlosti



Stredné chyby



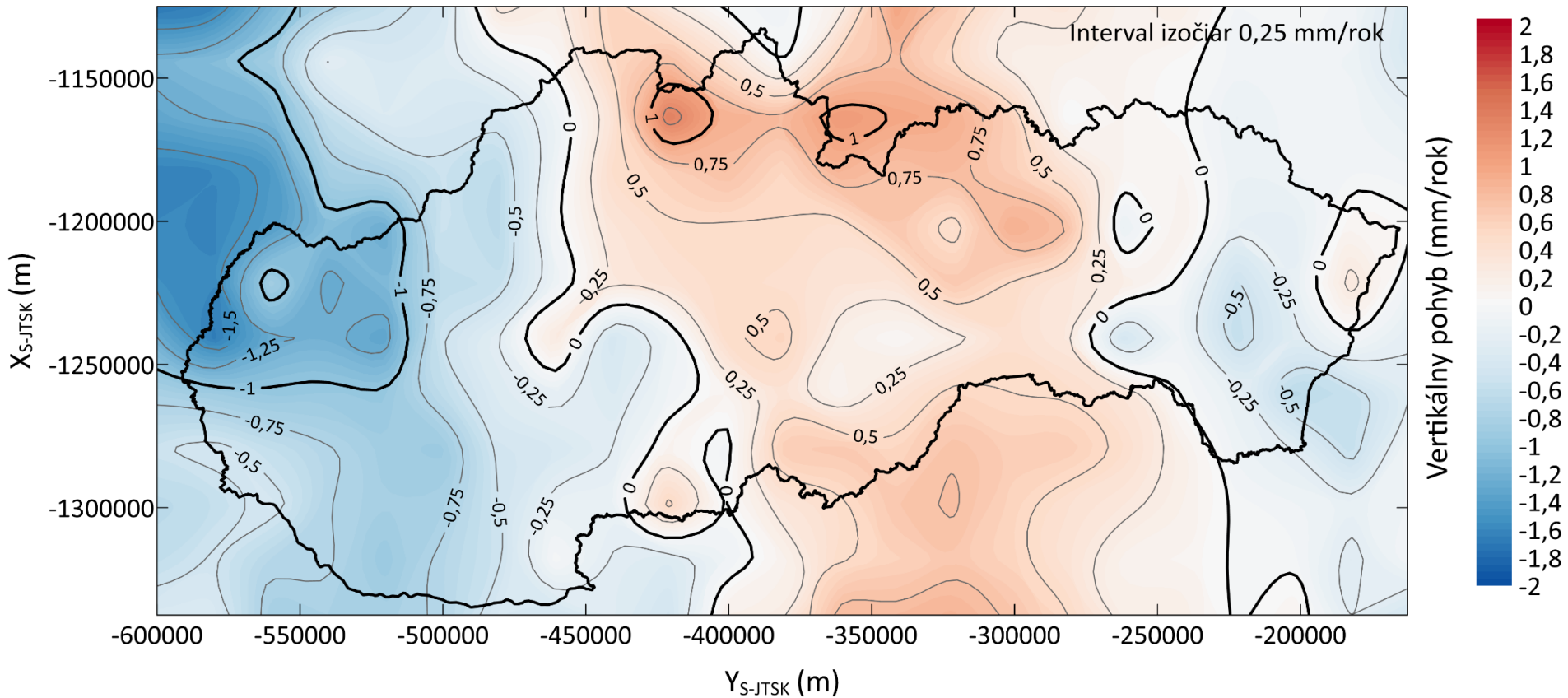
Nivelované prevýšenia	mm/rok	
	v	σ_v
Min	-2,25	0,07
Max	1,60	0,88
Priemer	-0,06	0,60



RECENTNÉ VERTIKÁLNE POHYBY

Mapa RVP pre územie Slovenska

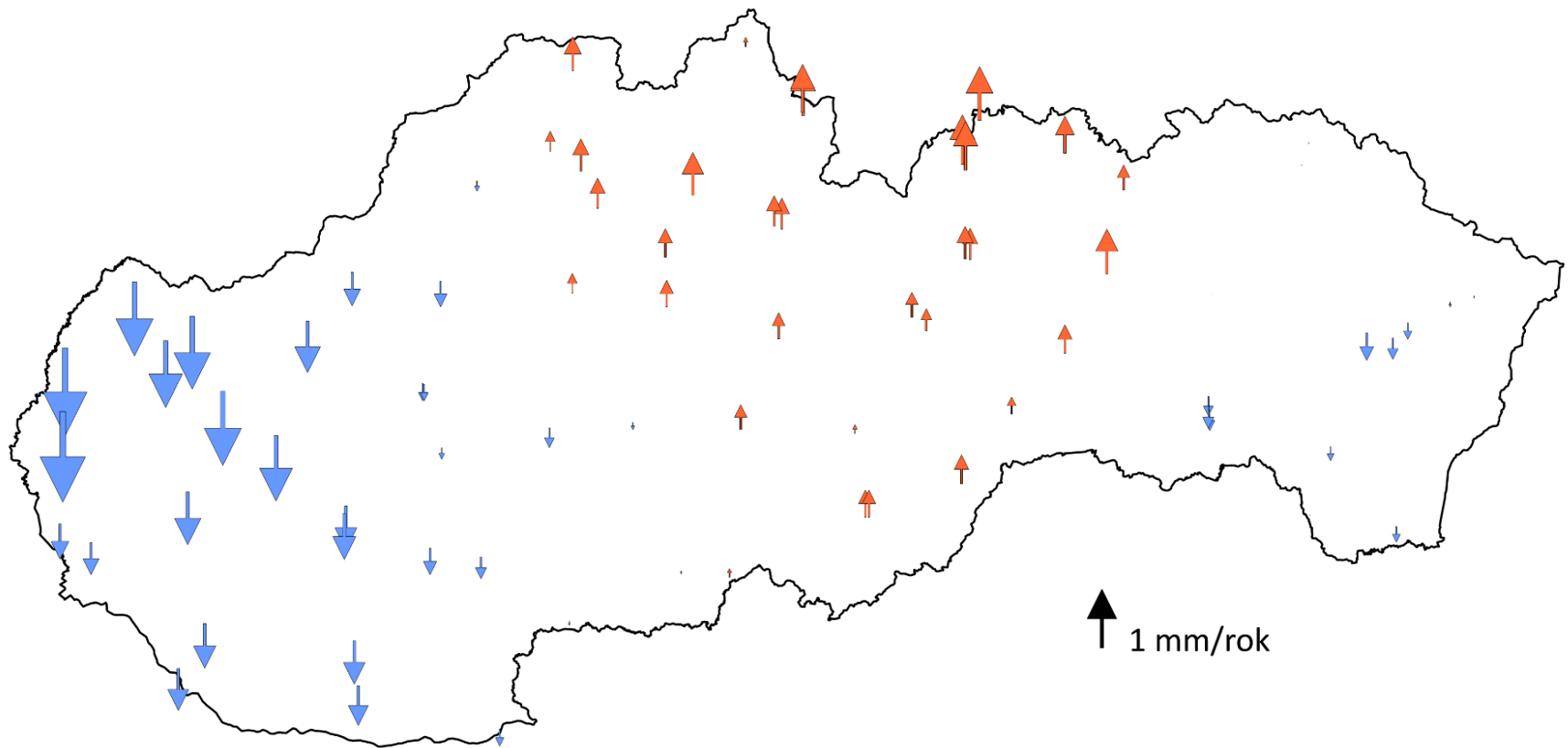
- **Mapa RVP zemskej kôry pre epochu 1949 - 2017**



VERTIKÁLNE POHYBY

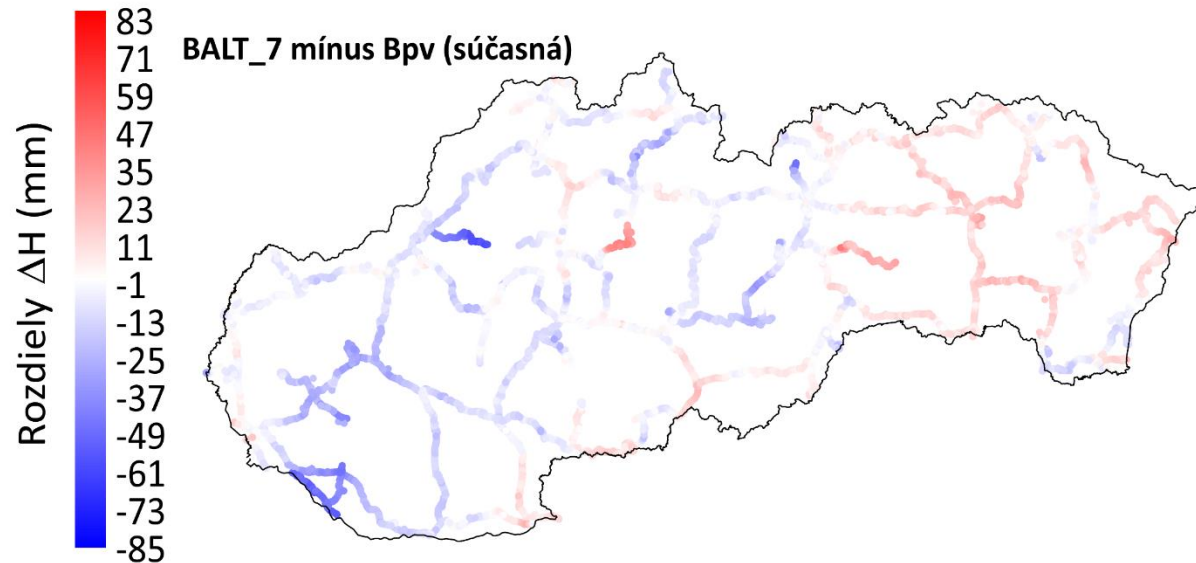
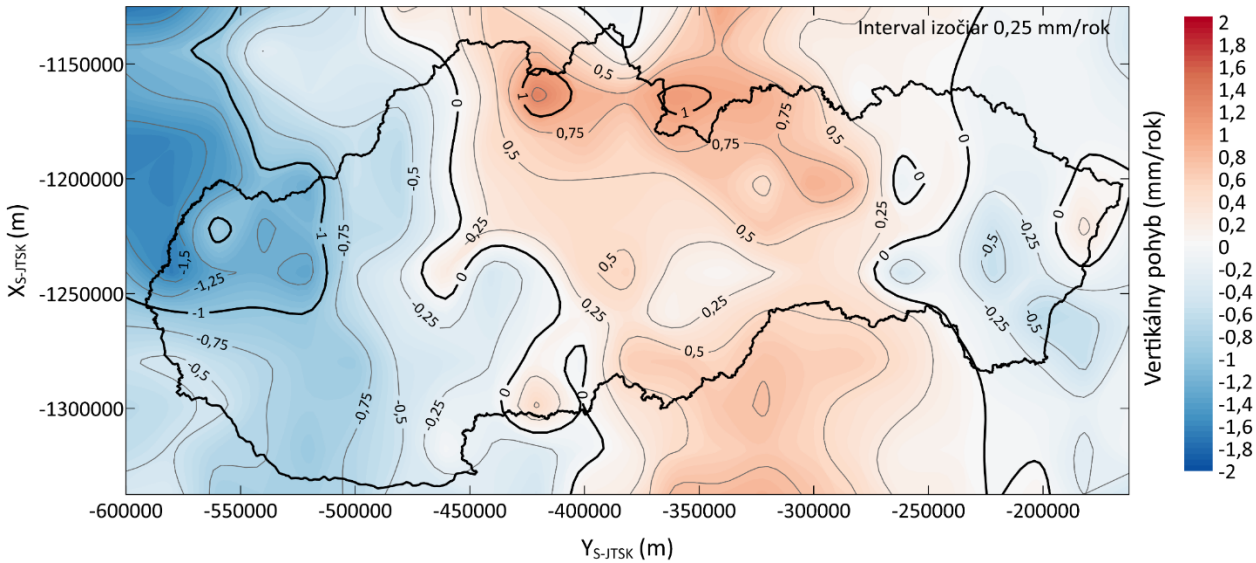
Vertikálne rýchlosti z nivelačných meraní

Veľmi presná nivelácia (1949 – 2016)



VERTIKÁLNE POHYBY

Vertikálne rýchlosti z nivelačných meraní



ZÁVER

- Navrhujeme zavedenie nového výškového systému na Slovensku
 - ± 6 cm je významná hodnota
 - odporúčaný systém lepšie korešponduje s novým kvázigeoidom (13 mm)
- Z uvedených riešení navrhujeme prejsť na EVRS s využitím geopotenciálnych kót
- Zmena výškového systému vyžaduje množstvo diskusií a úpravu legislatívy
 - Môžeme sa inšpirovať skúsenosťami z prechodu na nový výškový systém (Litva, Lotyšsko, Estónsko), resp. realizáciu (Nemecko)
- Prechod na nový výškový systém navrhujeme riešiť v koncepcii rozvoja GZ na roky 2020 – 2025

ĎAKUJEM ZA POZORNOST.