

SKPOS A 3D PROJEKČNÝ PRIESTOR

Matej Klobušiak, Katarína Leitmannová¹

SKPOS AND 3D PROJECTIVE SPACE

Slovak Spatial Observation Service SKPOS gives the possibility to adjust all types of measured data: classical terrestrial measured data (directions, horizontal angles, vertical angles, slope distances, heights differences) and the GNSS measured data (coordinates of single points, coordinate differences measured simultaneously). Definition of the 3D mathematical model of the geodetic network in four abstract models: Deterministic, Stochastic, Statistic and Display (visualisation). Mathematical model of the geodetic network should work further with invariant if it is possible. The main goal of adjustment is to achieve the LMVQUI Estimator. There are some relations, which are able to generate the Estimate.

1. Úvod

Spustením skúšobnej prevádzky Slovenskej permanentnej služby na využívanie globálnych navigačných satelitných systémov (ďalej SKPGS), operujúcej na národnej infraštruktúre Slovenského priestorového observačného systému (ďalej SKPOS), sa vytvára základný predpoklad generácie nových prístupov v geodetických činnostiach.

Ktoré faktory tvoria podstatu určovania, monitorovania, evidovania, a riadenia statických a dynamických javov reálneho sveta? Existuje minimálne päť základných faktorov plne využiteľných aj v inteligentných riadiacich systémoch (IRS), alebo systémoch k nim smerujúcich :

- 1) *určenie absolútnej priestorovej polohy objektu a jeho tvaru v troj-dimenzionálnom svete,*
- 2) *určenie času v jednotnom časovom systéme,*
- 3) *priradenie tematického aspektu v priestore a čase lokalizovaných objektov a javov,*
- 4) *aplikovateľnosť metód riadenia v statických a dynamických systémoch,*
- 5) *kvalita, tj. presnosť, spoľahlivosť a efektívnosť prvých štyroch kritérií.*

Ak uvažujeme v hore uvedených piatich kategóriách, potom ich určitým zúžením je problematika spadajúca do tematického okruhu určovania priestorovej polohy, navigácie a synchronizácie času. V zahraničnej literatúre sa označuje skratkou PNT (Positioning, Navigation, Timing). Práve GNSS v spojení s pozemnou infraštruktúrou vytvára nové obzory v meračských, modelovacích, monitorovacích a výstražných službách.

Cieľom príspevku je ukázať na výhodnosť strategicky nového myslenia v kombinácii meraní využívajúcich GNSS a klasických terestrických meraní používaných v inžinierskej geodézii a geodézii vôbec, katastri nehnuteľností, veľkomierkovom mapovaní, mapovaní vôbec a pri

¹ Ing. Matej Klobušiak, PhD., e-mail: klobusiak@gku.sk, Ing. Katarína Leitmannová, e-mail: leitmannova@gku.sk, Geodetický a kartografický ústav Bratislava, Chlumeckého 4, 827 45 Bratislava, tel.: ++421-2-43334822,

tvorbe geografických informačných systémov a národnej priestorovej infraštruktúry. Ak nájdeme vhodný spôsob kombinovania GNSS a terestrických meraní, potom sa naplnia tri základné premisy : a) *o geodézii bez prívlastkov*, b) *každý lokálny problém sa dá riešiť globálne* a c) *o spracovaní nameraných geodetických veličín v neredukovanom stave*. Ak sa nám podarí vytvoriť model geodetickej siete spĺňajúci najprísnejšie požiadavky na kvalitu priestorového a časového určenia, potom tento model sa môže stať referenčným, univerzálnym modelom popisu reality využiteľným v každej oblasti.

2. GNSS – systémy určovania priestorovej polohy a synchronizácie času

GNSS nie sú jediný prostriedok na určenie polohy a synchronizácie času. Z hľadiska efektívnosti (časovej, kvalitatívnej, finančnej, infraštruktúrne) je najperspektívnejším nástrojom riadenia statických a dynamických aplikácií. Stávajú sa základnou infraštruktúrou globálnych permanentných monitorovacích systémov. Umožňujú lokalizovať v priestore a čase všetky objekty, javy a fenomény prebiehajúce na a nad povrchom Zeme. Medzi GNSS patria dva už existujúce satelitné systémy :

NAVSTAR GPS (NAVigation System with Time and Ranging Global Positioning System) – prevádzkovaný USA,

GLONASS (GLObal'naja Navigacionnaja Sputnikovaja Sistema) – prevádzkovaný Ruskom.

Obidva satelitné systémy slúžia primárne na vojenské ciele. Služby sú pre civilnú sféru poskytované bezodplatne. Tretí pripravovaný satelitný systém je GALILEO. Bude fungovať na princípe aj PRS (Public Regulated Service). S jeho budovaním začala Európska únia rozhodnutím 26. marca 2002. Ambíciou je vybudovať vlastný globálny satelitný navigačný systém plne kompatibilný s GPS. 26. júna 2004 v Dubline, Írsku, bola podpísaná zmluva o stanovení modelu spolupráce a metodológii pre rádio-frekvenčnú kompatibilitu družicových navigačných systémov GPS a Galileo. Bude slúžiť primárne na komerčné aplikácie. Predpokladá sa, že presnejšie služby nebudú poskytované bezúplatne. Budú založené na komerčnom princípe.

Štvrtým GNSS systémom bude japonský QZSS (Quasi-Zenith Satellite System). EÚ rovnako aj s Japonskom podpísala dohodu o kompatibilite medzi Galileo a QZSS. V súčasnosti sa začína hovoriť aj o ambíciách Číny, ktorá sa jednak pripojila k projektu Galileo, ale podľa najnovších informácií má ambíciu vyvinúť vlastný GNSS.

V nasledujúcej tabuľke sú podľa [2] stručne uvedené všetky základné fakty o existujúcich a v blízkej budúcnosti operujúcich GNSS.

	NAVSTAR GPS	GLONASS	GALILEO	QZSS
Počet satelitov	21+3 nominal 28 (27 Dec 2005)	21+3 nominal 16 (máj 2006)*	27+3 nominal	3 IGSO
Počet orbitálnych rovin	6 (trend 3)	3	3	3
Životnosť satelitu v rokoch	GPS IIR: 10	GLONASS: 3 GLONASS-M: 7 GLONASS-K: 10-12	> 12	12
Hmotnosť satelitu	GPS IIR cca 2000	GLONASS: 1415		

v kg		GLONASS-M: 1415 GLONASS-K: 850	Cca 700	?
Schéma dostupnosti signálu	CDMA	FDMA	CDMA	CDMA
Počet frekvencií	3 L1, L2, L5(=E5a)	Jedna pre dva antipodálne satelity	4 L1, E6, E5a(=L5), E5b	4 L1, L2, E6(experim.), E5a(=L5)
Počet kódov	Jeden pre službu a satelit	Jeden pre službu a frekvenciu (pásmo)	Jeden pre službu a satelit	Jeden pre službu a satelit
Výška satelitu nad povrchom Zeme	20200 km	19 100 km	23 200 km	36 000 km
„Intersatellite links“	Áno	GLONASS : nie GLONASS-M, K : áno	nie	Nie
Inklinácia	55°	64.8°	56°	45°
D-duálne použitie C-civilné	D	D	C (D PRS)	C
Komerčná služba	Nie	Nie	Áno	Áno
„Integrity Transmission“	Nie (GPSIII – áno)	Nie (GLONASS-K – áno)	Áno	Áno
Financovanie	Public	Public	Public/Private	Public

3. SKPOS – Slovenská priestorová observačná služba

Vzhľadom na prudký vývoj v chápaní, čo SKPOS znamená, zaznamenávame postupné ustáľovanie a spresňovanie významu niektorých skôr definovaných pojmov [4], [5], [6], [8], [9], [20]. Dnes prezentujeme súčasný stav SKPOS. Vzhľadom na potrebu neustáleho zvyšovania povedomia o význame SKPOS zameriame sa na stručný popis stavu jeho infra- a info-štruktúry a načrtnutie jeho využitia vo všetkých sférach, hlavne inžinierskej geodézie.

4. Infraštruktúra SKPOS

Je to súhrn legislatívnych, legislatívno-organizačných, organizačných, organizačno-technických, technických, hardverových a softverových rámcov na príjem, uchovávanie, spracovanie a distribúciu údajov, informácií, produktov a služieb. Infraštruktúra SKPOS spĺňa požiadavky na určovanie presnej priestorovej polohy v reálnom čase.

Infraštruktúru SKPOS tvoria :

- referenčné stanice (RS). RS sú geodetické body zriadené na mieste s nerušeným príjmom signálov GNSS. Každý geodetický bod je realizovaný geodetickou značkou s nútenou centráciou. RS je vybavená geodetickým prijímačom na príjem signálov GNSS (v súčasnosti GPS, GLONASS) a je pripojená do komunikačnej siete zabezpečujúcej prenosy zaznamenávaných dát s definovanou frekvenciou 1 Hz (pre špeciálne požiadavky navigácie a určovania priestorovej polohy rýchlo sa pohybujúcich objektov frekvencia až 20 Hz),
- RS stanice sú zaradené do Štátnej priestorovej siete triedy „A“ ,

- c) VPS-WAN ako neoddeliteľná súčasť IKT prostredia rezortu GKK kladie dôraz na prenos prvotných observovaných dát GNSS do Národného servisného centra (NSC-SKPOS),
- d) Národné servisné centrum operuje 7 x 24 hod. x 365 dní v roku, plní funkciu riadiaceho (RC), spracovateľského (SC), dátového (DC) a analytického centra (AC), je vybavené riadiacimi servermi technológie Blade, pamäťovým zariadením (data storage), spracovateľským softvérom, pripojením do internetu s vhodnou konektivitou, zariadeniami vysielajúcimi plošné korekčné členy pre koncových používateľov prostredníctvom internetu (internetové rádio na princípe NTRIP), mobilné GNSS prijímače (rovery) na overovanie kvality vysielaných korekcií a mnoho ďalších podporných zariadení a programov umožňujúcich zapojiť činnosť služieb SKPOS v rámci medzinárodnej spolupráce.

Referenčné stanice odosielajú údaje do NSC prostredníctvom už funkčnej rezortnej virtuálnej privátnej siete VPS-WAN. V NSC sa v sekundových intervaloch počítajú plošné korekcie na spresňovanie priestorovej polohy v reálnom čase. Tieto sa prostredníctvom internetu (NTRIP caster) poskytujú koncovým používateľom na využitie v reálnom čase.

Na území Slovenska k dnešnému dňu operuje infraštruktúra 21 RS-SKPOS. Zjednodušene môžeme povedať, že infraštruktúrou RS-SKPOS a NSC-SKPOS rezort splní nevyhnutný predpoklad na definíciu a šírenie záväzných súradnicových a výškových referenčných systémov pre určovanie priestorovej polohy v reálnom čase do 2 cm v polohe, 4-6 cm v geodetickej výške. K jej prevodu na normálnu výšku je treba použiť digitálny výškový referenčný model DVRM-Bpv [16]. Na infraštruktúre SKPOS správca geodetických základov zabezpečí poskytovanie korekčných členov prostredníctvom troch základných služieb (SKPOS-dm, SKPOS-cm, SKPOS-mm).

5. Infoštruktúra SKPOS

Infoštruktúra začína v prostredí zabezpečenom legislatívou (zákony, smernice, štatúty, rozhodnutia, akty riadenia) a v používaní medzinárodných štandardov. Infoštruktúra je štandardizovaný proces zberu, spracovania, aktualizácie, správy a distribúcie dát, informácií, dátových sád, produktov a služieb koncovým používateľom s konkrétnym infraštruktúrnym zabezpečením.

Infoštruktúra dnes musí zohľadňovať unifikáciu všetkých procesov, interoperabilitu [2] a harmonizáciu dát, popísateľnosť všetkých procesov s dopadom na monitorovanie a popis kvality dát. Musí zohľadňovať štruktúrovaný súbor štandardov pre informácie týkajúce sa objektov alebo javov, ktoré sú priamo alebo nepriamo vo vzťahu s polohou na/nad/pod zemským povrchom [28].

Hlavné štandardizačné pohyby a špecifikácie vytvárajú ISO, CEN, OGC, W3C, RTCM. Medzi hlavné štandardizačné nástroje považujeme štandardy ISO 191xx určené pre geografické informácie. Z nich, z pohľadu správca geodetických základov, medzi najdôležitejšie považujeme ISO 19104-Terminológia, ISO 19109-Pravidlá pre aplikačnú schému, ISO 19111-Priestorové georeferencovanie pomocou súradníc, ISO 19114-Postupy vyhodnocovania kvality, ISO 19115-Metadáta, ISO 19116-Služby na určovanie polohy a ISO 19119-Služby.

Geodetické základy spolu so službami **SKPOS-xx** zabezpečujú nástroje priameho adresovania pomocou geocentrických súradníc. Priame adresovanie je podmienené realizáciou záväzných súradnicových a výškových referenčných systémov (SRS a VRS), v ktorých je možné jednoznačne definovať polohu a tvar objektu, javu s voliteľnou mierou presnosti. Medzi infoštruktúrne koncepty patria aj aplikačné schémy prenášajúce rozmerový etalón do geodetického bodového poľa [10]. Umožňujú presné a správne prevody a transformácie medzi SRS, VRS navzájom. Takéto prevody a transformácie zabezpečujú autorizované programové balíky, ktorých funkcionality a správnosť musí byť overovaná. V súčasnosti ETRS89 a EVRS2000 je pre európske projekty štandardom. Preto správca geodetických základov musí mať programový balík, ktorým dokáže jednoznačne transformovať súradnice vedené v národných kartografických zobrazeniach (Křovákovo S-JTSK, Gauss-Krügerovo S-42, S-42/83, Stereografické) do ETRS89 a späť. Rovnako správca geodetických základov musí mať softvérový nástroj, ktorým je možné transformovať elipsoidickú - geodetickú výšku ETRS89 do systému normálnych výšok Bpv a späť. Takýmto programom je napr. DTplus [13].

Infoštruktúra **SKPOS** dnes poskytuje nasledujúce produkty :

- Realizácie Slovenského terestrického referenčného rámca **SKTRF** yy súradníc bodov ŠPS v ETRS89 charakterizovaná plnou globálnou kovariančnou maticou [21], [22], [23], [24],
- geodetické údaje geodetických bodov v systémoch JTSK/xx, ETRS89, Bpv, GrS-95,
- služby **SKPGS** : **SKPOS-dm**, **SKPOS-cm** pre reálny čas a **SKPOS-mm** pre postreálny čas v európskom súradnicovom systéme ETRS89 a S-JTSK,
- transformačné parametre na 2D a 1D transformáciu národných SRS a VRS do/z ETRS89 na povrchu elipsoidu GRS80 (TPM-JTSK),
- transformačné parametre na 3D transformáciu národných SRS do/z ETRS89 (TPM-JTSK),
- priame prevody geodetických ETRS89 súradníc do kartografického zobrazenia s referenčným elipsoidom GRS80,
- modely : digitálny výškový referenčný model DVRM-Bpv, digitálne modely reziduálnej zložky DMRZ-JTSK [7], [16], [11].

6. Služby **SKPOS-xx**

Rezort ÚGKK SR prostredníctvom GKÚ Bratislava na infraštruktúre **SKPOS** spúšťa od novembra 2006 testovaciu prevádzku troch druhov základných služieb (dve pre reálny čas a tretiu pre post reálny čas) :

- **SKPOS-dm** – *diferenciálne korekcie pre kódové merania* s využitím pre navigáciu a určovanie polohy *v reálnom čase* s presnosťou 1 m – 0,2 m. Túto službu možno využiť pre mnohé účely navigácie dopravných prostriedkov (cestných, železničných, vodných, leteckých), logistiku, inteligentné dopravné systémy, hasičské a záchranné systémy, poľnohospodárstvo, lesníctvo, morfológické mapovanie, zber atribútovej časti tematických GIS-ov, pre rýchle potreby programov IACS, SAPARD, pre územné rozhodovania v reálnom čase, pre krízový manažment a pod.,
- **SKPOS-cm** – *diferenciálne korekcie pre fázové merania* na presné určovanie polohy *v reálnom čase* s presnosťou lepšou ako 2 cm. Táto služba bude mať využitie

predovšetkým pre geodetické aplikácie na meranie v katastri nehnuteľností, pre pozemkové úpravy, určovanie vlčovacích bodov pre fotogrametriu, zber referenčných údajov pre ZB GIS, LIS, MIS, na správu inžinierskych a cestných sietí, produktovodov, na presné geometrické aspekty rôznych projektov, na globálnu orientáciu presných lokálnych geodetických sietí a pod.,

- **SKPOS-mm** – kódové a fázové epochové merania na veľmi presné určovanie polohy *po ukončení merania* (post-processing), resp. v blízkom reálnom čase s presnosťou 20 – 0,5 mm. Tieto údaje budú využiteľné najmä pre geodynamický monitoring aktívnych zosuvných oblastí resp. stabilitu objektov, presné geodetické práce.

7. Projekčný 3D priestor verzus projekčná rovina

Geodetická obec na Slovensku už niekoľko rokov úspešne a niekedy menej využíva technológiu GNSS pre rôzne druhy geodetických prác. Realizáciou a spustením **SKPOS** sa otvárajú dvere k plnému využitiu novej technológie merania. Je nanajvýš nevyhnutné rozpracovať nové meračské a spracovateľské postupy, ktoré budú efektívne kombinovať družicové a klasické terestrické meracie techniky. Zväčša pôjde o kombináciu priamych meraní :

- vodorovných uhlov a smerov (teodolity, totálne stanice)
- zenitových vzdialeností (teodolity, totálne stanice)
- šikmých vzdialeností (ďal'komery, totálne stanice)
- nivelačných prevýšení (nivelačné a iné prístroje)
- súradnicových rozdielov určených simultánne v zvolenom 3D karteziánskom SRS (GNSS, **SKPOS**)
- súradníc v zvolenom 3D karteziánskom SRS (**SKPOS**)

Pre úplnosť je potrebné dodať, že ku klasickým geodetickým terestrickým metódam merania patrí aj meranie :

- absolútnych tiažových zrýchlení (absolútne gravimetre)
- tiažových rozdielov (relatívne gravimetre)
- relatívnych zvislicových odchýlok, astronomických zemepisných súradníc a astronomických azimutov (cirkumzenitál a pod.)

Väčšina doterajších metód spracovania uplatňovala dvojrozmerný model geodetickej siete definovanej projekčnou plochou, resp. rovinou a v jednorozmernom modeli výškovej siete. Voľbou projekčnej plochy resp. roviny, v ktorej sa uskutočňujú všetky spracovania a výpočty, sú determinované klasické postupy geodézie. Každú nameranú veličinu geometrického aspektu (smer, uhol, dĺžku, súradnicové rozdiely, geocentrické súradnice) je potrebné previesť-redukovať na plochu alebo rovinu s vopred definovanými kartografickými vlastnosťami (skresleniami, konformitou).

Aj jeden z posledných najmodernejších konceptov spracovania informácie v presnej lokálnej geodetickej sieti [1], zaraďujeme ho ešte pred éru praktického využitia GNSS, veľkú väčšinu pozornosti sústreďuje redukciu meraných veličín do projekčnej roviny a voľbe vhodného lokálneho súradnicového systému. Plným programovým vyjadrením tohto konceptu je programový systém PLS [12], ktorý má rozpracované všetky dôležité aspekty

kvalifikovaného budovania presnej lokálnej geodetickej siete, počnúc plánovaním štruktúrované optimálnej štruktúry merania, efektívnym spracovaním zápisníkov a redukcii meraných veličín, výpočet efektívnych odhadov (estimátov) viacepochových sietí s rešpektovaním nepresnosti pripojovacích bodov a aj analýzy stability geodetických bodov. Pre spracovanie nivelačných meraní v Štátnej nivelačnej sieti je určený programový systém NIVE-VNS [14] a pre lokálne nivelačné siete a pre plošnú niveláciu program Nivelácia [15].

Na VÚGK už v roku 1990 vznikali prvé štúdie integrovaného spracovania geodetických veličín [25], trochu neskôr [4], [5]. Z posledného obdobia sa problematike integrácie GPS a terestrických meraní venujú na Katedre geodetických základov SvF STU [3]. V tejto práci bolo poukázané na *Krarpovu tézu* spracovania geodetických veličín v neredukovanej forme. Ide o veľmi výhodný obrat v zaužívaných zvyklostiach spracovania meraných veličín vyslovený už v roku 1971. Ale hlavná inšpirácia pre tu uvádzaný postup vznikla čítaním prameňa Leick [19], v ktorom bolo poukázané na prirodzenosť spájania terestrických a GNSS meraní. Žiaľ, v tam navrhovaných postupoch je potrebné striktne rozlišovať medzi geoidickým a geodetickým lokálnym SRS. Komplikovanosť redukcii meraných veličín z geoidického na geodetický SRS, a potom následne na referenčné plochy, je zrejmá aj z posledných prác [26], [27]. Preto si ďalej budeme všimáť hlavné geodetické veličiny z pohľadu návrhu matematického modelu epochovej geodetickej 3D siete, pričom zachovanie plnej matematicko-stochastickej informácie parametrov druhého rádu a ich lokálne minimálneho, kvadratického, nevychýleného odhadu variančných koeficientov jednotlivých prístrojov, prípadne metód určovania geodetických veličín a užitočných parametrov prvého rádu budeme považovať za prirodzený. Takýto zmiešaný odhad budeme ďalej označovať LMVQUIE (Locally Minimum Variance Quadratic Unbiased Invariant Estimator) [17], [18]. Vychádzame z predpokladu, že v celej lokálnej geodetickej sieti sú merané veličiny redukované na vzťah geodetická značka - geodetická značka.

8. Popis problému a jeho riešenie

Na dole uvedenom obrázku Obr. 1 je schematicky načrtnutý vzťah medzi nameranými veličinami (dĺžka, vodorovné smery alebo smery ramien vodorovného uhla a zenitová vzdialenosť) a hlavnými smermi definovanými ťažnicami a normálami. Každá ťažnica a k nej kolmá rovina charakterizuje geoidický lokálny karteziánsky systém a normála k referenčnému elipsoidu a k nej kolmá rovina charakterizuje geodetický lokálny karteziánsky systém.

Každé postavenie urovnaného teodolitu, totálnej stanice, integrovanej totálnej stanice, skenovacej, fotogrametrickej stanice pre skupinu zameraných bodov definuje geoidický lokálny súradnicový systém. Všetky „smery“ (ťažnice, normály, smery stanovisko – cieľ, zámerná priamka) a k nim rovnobežné smery vedené na cieľových bodoch sa pretínajú v „realite“, tj. v geodetickom bode. Využime túto vlastnosť merania. Vyhňeme sa „úskaliam“ redukcii meraných veličín na výpočtovú referenčnú plochu, či projekčnú rovinu. Iste, redukciiam veličín na vzťah „kameň-kameň“ sa nevyhneme. Ďalším cieľom je dosiahnuť relatívnu nezávislosť meraných veličín od tiažového poľa (pokiaľ sa to dá), t.j. od smeru ťažnice a svojím spôsobom aj od normály. Musíme hlavné geodetické veličiny previesť na invarianty (ak existujú).

Vodorovné uhly u a zenitové vzdialenosti z prevedieme na priestorové uhly ω . Meranie osnovy smerov v radoch a skupinách so súčasným meraním zenitových vzdialeností určuje

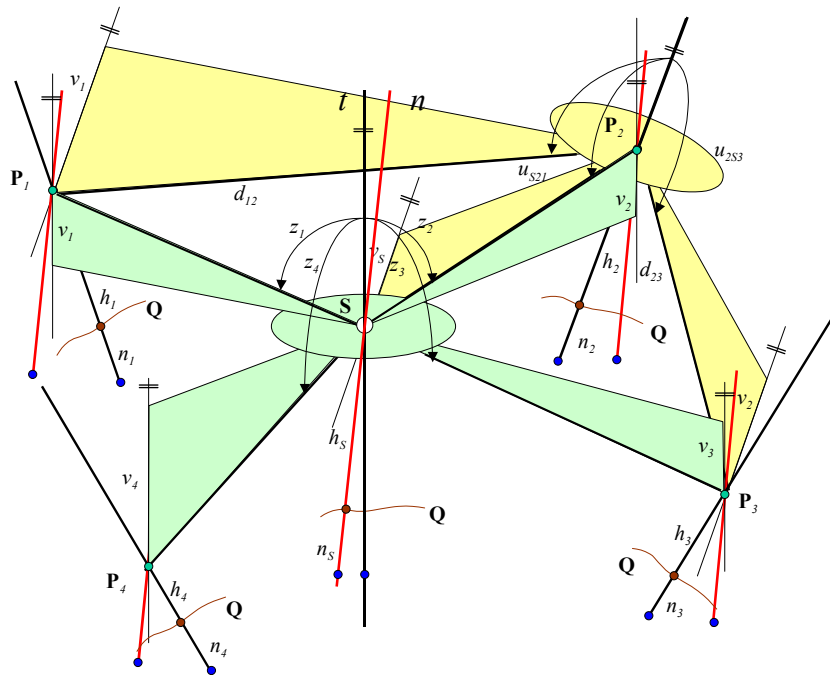
skorelovanú skupinu priestorových uhlov reprezentovaných plnou kovariančnou maticou. Túto skutočnosť musíme rešpektovať.

Každá priestorová dĺžka d je už invariantom. Dĺžky navzájom sú na sebe geometricky nezávislé veličiny. Obrazy priestorových dĺžok na referenčných plochách už svojim spôsobom nie sú invarianty.

Výsledkom merania technológiou GNSS sú obvykle *súradnice bodu P* alebo *súradnicové rozdiely (základnice) K* skupiny simultánne observovaných bodov v geocentrickom alebo k nemu blízkom SRS. Tento typ meraných veličín umožňuje absolútnu lokalizáciu a orientáciu geodetickej siete.

Výsledkom nivelačného merania je vyrovnaná množina prevýšení resp. výšok h . Popísané sú plnou kovariančnou maticou.

Pri všetkých veličinách parametre druhého rádu $\mathcal{A}(\cdot)$, $\Sigma(\mathcal{A})$ získame adekvátnymi postupmi tak, aby došlo k minimálnej strate informácie.



Obr. 1 Kombinácia priestorových štruktúr vytvorených meraním uhlov a dĺžok v radoch a skupinách s rešpektovaním lokálnych horizontov prístroja

V definícii a riešení matematického modelu presnej lokálnej geodetickej siete vypracujeme štyri druhy podmodelov :

- deterministický
- stochastický
- štatistický
- vizualizačný

Deterministický model vytvára väzby meraných geodetických veličín ω , d , h , P , K na parametre 3D geodetickej siete Ψ ,

Stochastický model stanovuje základné stochastické vlastnosti o rozdelení náhodných veličín $\boldsymbol{\eta}$ a stanovuje vlastnosti distribučných funkcií náhodných vektorov modelujúcich vektor realizácií, definuje stredné hodnoty $E(\boldsymbol{\eta})$ a kovariančné matice $\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{\eta})$, a spôsob zamerania prvkov deterministického modelu. Cieľom riešenia je stanoviť hodnoty parametrov $\boldsymbol{\Psi}$ prostredníctvom estimátoru $\hat{\boldsymbol{\Psi}}(\boldsymbol{\eta})$ a ich konfidenčné oblasti $C(\boldsymbol{\eta})$.

Štatistický model aplikuje zvolené metódy teórie odhadu na realizácie \mathbf{Y} náhodných premenných $\boldsymbol{\eta}$, stanovuje optimálne odhady neznámych parametrov (estimáty) $\hat{\boldsymbol{\Psi}}(\mathbf{Y})$ a stanovuje ich základné štatistické charakteristiky a realizácie konfidenčnej oblasti $C(\mathbf{Y})$.

Vizualizačný model zobrazuje 3D priestorovú štruktúru geodetickej siete, definovanú odhadom súradníc a ich matematicko-štatistických vlastností, do zvolených projekčných plôch, rovín a priestorov Z . Tento model umožňuje generovať dynamický lokálny karteziánsky súradnicový systém s vhodnou voľbou lokálneho horizontu a projekčnými vlastnosťami tak aby kartografické skreslenie bolo menšie ako zvolená hodnota ε_Z .

9. Popis matematického modelu geodetickej siete

Nech lokálna geodetická sieť je definovaná nasledujúcimi meranými veličinami a ich charakteristikami presnosti :

- $\boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\vartheta}_u \mathbf{V}_u + \boldsymbol{\vartheta}_z \mathbf{V}_z$: priestorové uhly, ktoré vznikli z meraných vodorovných \mathbf{u} a zenitových uhlov z charakterizovaných kovariančnými maticami $\boldsymbol{\Sigma}_u = \boldsymbol{\vartheta}_u \mathbf{U}$ a $\boldsymbol{\Sigma}_z = \boldsymbol{\vartheta}_z \mathbf{U}_z$, pre funkciu $\boldsymbol{\omega}$ platí $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{O}(\mathbf{u}, z)$, po linearizácii dostaneme $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{O}^o(\mathbf{u}, z) + [\partial \mathbf{O}^o / \partial \mathbf{u}'] d\mathbf{u} + [\partial \mathbf{O}^o / \partial z'] dz$, označme si v predchádzajúcej rovnici príslušné parciálne derivácie maticami \mathbf{G} nasledujúco : $\boldsymbol{\omega} = \mathbf{O}^o(\mathbf{u}, z) + \mathbf{G}_u d\mathbf{u} + \mathbf{G}_z dz$, potom v kovariančnej matici $\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\omega}}$ pre príslušné matice kofaktorov platí $\mathbf{V}_i = \mathbf{G}_i \mathbf{U}_i \mathbf{G}_i'$, $i = u, z$. *Poznámka:* matica \mathbf{U}_u je plná pozitívne definitná a \mathbf{U}_z je diagonálna matica, predpoklad o matici \mathbf{U}_u vyplýva zo spôsobu merania smerov v radoch a skupinách
- $d, \boldsymbol{\Sigma}_d = \boldsymbol{\vartheta}_a \mathbf{E} + \boldsymbol{\vartheta}_{2ab} \mathbf{V}_{2ab} + \boldsymbol{\vartheta}_b \mathbf{V}_b$: šikmé dĺžky už redukované na „značka-značka“, kovariančná matica $\boldsymbol{\Sigma}_d$ je diagonálna, diagonálne prvky vznikli uplatnením výpočtu disperzie meranej dĺžky d , pričom pre smerodajnú odchýlku platí : $\sigma_d = a + bd$, potom pre disperziu platí $\sigma_d^2 = a^2 + 2abd + b^2 d^2$,
- $h, \boldsymbol{\Sigma}_h = \boldsymbol{\vartheta}_h \mathbf{V}_h$: nivelované výšky, sú predmetom samostatného vyrovnania meraných prevýšení \mathbf{v} odhadovacou štatistikou $\hat{h}(\mathbf{v}) = \mathbf{LBLE}(\mathbf{v})$ generujúcou plnú kovariančnú maticu $\boldsymbol{\Sigma}_h$,
- $\mathbf{P} = (X, Y, Z)'$, $\boldsymbol{\Sigma}_P = \boldsymbol{\vartheta}_P \mathbf{V}_P$: súradnice bodu určené službou **SKPOS** -cm v **ETRS89**, v tomto prípade pôjde o bodovú informáciu reprezentovanú trojrozmerným vektorom $\mathbf{P} = (X, Y, Z)'$ charakterizovaný kovariančnou maticou $\text{Var}(\mathbf{P})$. Matica je diagonálna, v niektorých tu nešpecifikovaných prípadoch môže obsahovať aj nenulové mimodiagonálne prvky,
- $\mathbf{K}, \boldsymbol{\Sigma}_K = \boldsymbol{\vartheta}_K \mathbf{V}_K$: simultánne observovaná skupina bodov určená službou **SKPOS**-mm v **ETRS89**. Tento typ služby pracuje v post reálnom čase, niektoré špecializované softvéry generujú plnú kovariančnú maticu, niektoré iba blokovo diagonálne. Pre kvalifikované spracovanie odporúčame prvý typ spracovania.

Deterministický model geodetických veličín je nasledujúci :

$$\omega = F_{\omega}(\Psi) = F_{\omega}^0(\Psi^0) + [\partial F_{\omega}(\Psi^0) / \partial \Psi'] d\Psi = \omega^0 + \mathbf{A}_{\omega} d\Psi, \quad (1)$$

$$d = F_d(\Psi) = F_d^0(\Psi^0) + [\partial F_d(\Psi^0) / \partial \Psi'] d\Psi = d^0 + \mathbf{A}_d d\Psi, \quad (2)$$

$$h = F_h(\Psi) = F_h^0(\Psi^0) + [\partial F_h(\Psi^0) / \partial \Psi'] d\Psi = h^0 + \mathbf{A}_h d\Psi, \quad (3)$$

$$P = F_P(\Psi) = F_P^0(\Psi^0) + [\partial F_P(\Psi^0) / \partial \Psi'] d\Psi = P^0 + \mathbf{A}_P d\Psi, \quad (4)$$

$$K = F_K(\Psi) = F_K^0(\Psi^0) + [\partial F_K(\Psi^0) / \partial \Psi'] d\Psi = K^0 + \mathbf{A}_K d\Psi, \quad (5)$$

kde $F_i(\Psi)$ vyjadruje funkčný vzťah veličín i na parametroch geodetickej siete Ψ , \mathbf{A}_i je matica plánu i -tej veličiny vytvárajúca väzbu na parametre Ψ . $F_i^0(\cdot)$ a ω^0 , d^0 , h^0 , P^0 , K^0 znamenajú bod linearizácie.

Stochastický model celej geodetickej siete potom bude :

$$\eta = \begin{bmatrix} \xi_{\omega} \\ \xi_d \\ \xi_h \\ \xi_P \\ \xi_K \end{bmatrix} \sim N \left(E \begin{bmatrix} \xi_{\omega} \\ \xi_d \\ \xi_h \\ \xi_P \\ \xi_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{\omega} & \mathbf{B}_{\omega} & \mathbf{S}_{\omega} \\ \mathbf{X}_d & \mathbf{B}_d & \mathbf{S}_d \\ \mathbf{X}_h & \mathbf{B}_h & \mathbf{S}_h \\ \mathbf{X}_P & \mathbf{B}_P & \mathbf{S}_P \\ \mathbf{X}_K & \mathbf{B}_K & \mathbf{S}_K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Theta \\ \beta \\ \delta \end{bmatrix}, \text{Var}(\eta) \right), \quad \text{kde} \quad (6)$$

o

$$\text{Var}(\eta) = \text{Diag}((\mathcal{G}_u \mathbf{V}_u + \mathcal{G}_Z \mathbf{V}_Z), (\mathcal{G}_d \mathbf{I} + \mathcal{G}_{2ab} \mathbf{V}_{2ab} + \mathcal{G}_{b^2} \mathbf{V}_{b^2}), \mathcal{G}_h \mathbf{V}_h, \mathcal{G}_P \mathbf{V}_P, \mathcal{G}_K \mathbf{V}_K), \quad (7)$$

kde $\mathbf{A}_i = [\mathbf{X}_i, \mathbf{B}_i, \mathbf{S}_i]$ je dekomponovaná submatica plánu vytvárajúca väzbu parametrov siete Θ , β , δ a meraných veličín i , $i = \omega, d, h, P, K$. Submatica \mathbf{X} vytvára väzbu na referenčné parametre Θ , \mathbf{B}_i vytvára väzbu na užitočné parametre β , \mathbf{S}_i vytvára väzbu na neužitočné parametre δ , ak $i=d$, potom matica \mathbf{S}_d môže reprezentovať maticu plánu pre odhad rovnice diaľkomera, ak $i=\omega$, potom matica \mathbf{S}_{ω} môže reprezentovať maticu plánu pre odhad refrakčných koeficientov, ak $i=h$, potom matica \mathbf{S}_h môže reprezentovať maticu plánu pre odhad korekčných parametrov výšky kvázigeoidu, ak $i=P, K$, potom matica \mathbf{S}_i môže reprezentovať maticu plánu pre odhad transformačných parametrov spájajúcich lokálne karteziánske systémy. Neužitočné parametre závisia od použitého modelu geodetickej siete, v ktorej nemusíme modelovať len geometrický aspekt informácie, ale aj časový, teplotný a pod.

Zvoľme si pre odhad užitočných a neúžitočných parametrov prvého a druhého rádu estimátory [18, str. 79-100] :

$$\begin{pmatrix} \hat{\Psi}(\eta) \\ \hat{\mathcal{G}}(\eta) \end{pmatrix} = \text{LMVQUIE}(\eta, \text{Var}(\eta)), \quad \text{kde } \Psi = \begin{bmatrix} \Theta \\ \beta \\ \delta \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$\left(\hat{\Psi}(\boldsymbol{\eta}) \right) = LBLUE(\boldsymbol{\eta}, Var(\boldsymbol{\eta})) . \quad (9)$$

Vychádzame z predpokladu, že tak model (6) ako aj kritériálna matica estimátoru LMVQUIE sú regulárne.

Štatistický model celej geodetickej siete spočíva v uplatnení jednej zo združene efektívnych, nevychýlených a konzistentných lineárnych odhadovacích štatistík na parametre prvého a druhého rádu [17]. Náhodný vektor $\boldsymbol{\eta}$ sme observáciami realizovali do vektoru \mathbf{Y} , potom pre štatistický model dostávame nasledujúce estimáty :

$$\begin{pmatrix} \hat{\Psi}(\mathbf{Y}) \\ \hat{\vartheta}(\mathbf{Y}) \end{pmatrix} = LMVQUIE(\mathbf{Y}, Var(\mathbf{Y})), \quad kde \boldsymbol{\Psi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Theta} \\ \boldsymbol{\beta} \\ \boldsymbol{\delta} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

alebo

$$\left(\hat{\Psi}(\mathbf{Y}) \right) = LBLUE(\mathbf{Y}, Var(\mathbf{Y})) . \quad (11)$$

Skratka *LBLUE* znamená *Locally Best Linear Unbiased Estimator*, sa v praxi používa najčastejšie.

Vizualizačný model vychádza z predpokladu uplatnenia aplikačnej schémy prevodov a transformácií SRS z do ETRS89. Bližšie pozri [16]. Odporúčame pracovať tak, že súradnice \mathbf{P} sú určené v ETRS89. Celý vzťah prechodu medzi ETRS89 a národnými, resp. lokálnymi súradnicovými systémami príslušných kartografických zobrazení Z_i , Z_j definovaných na referenčných elipsoidoch e_i , e_j , môžeme znázorniť podľa nasledujúceho symbolického zápisu aplikačnej schémy :

$$\boxed{Z(e_i)} \rightarrow K(e_i) \rightarrow [E, K]^- (GRS80) = T_i \Rightarrow \boxed{[K, E] \pm d[K, E](GRS80)} = T_j \Rightarrow [E, K]^- (GRS80) \rightarrow K(e_j) \rightarrow \boxed{Z(e_j)}$$

Kde postupne znamená : Z – 2D rovinné súradnice zvoleného kartografického zobrazenia, $K(e_i)$ – 3D karteziánske geocentrické súradnice s referenčným elipsoidom e_i , $E(GRS80)$ – elipsoidické-geodetické súradnice príslušného elipsoidu, T_i – zvolený typ transformácie súradníc [11], $d[K, E](GRS80)$ – modelovaná reziduálna zložka typu súradníc K , E na zvolenom referenčnom elipsoide, $[E, K]^-$ – súradnice obsahujúce lokálne a globálne deformácie $d[K, E]$. *Poznámka: v prípade, že súradnice SRS Z_i neobsahujú určené deformácie alebo sú nezdeformované, potom $d[K, E] = 0$.*

Rozbor vizualizačného modelu nie je predmetom tohto príspevku. Podrobne je rozpracovávaný matematickou kartografiou a novými vizualizačnými technológiami, ktoré si každý projektant, spracovateľ volí podľa potreby. Je zbytočné pripomínať, že záverečnou fázou geodetických činností bude finálne zobrazenie všetkých informácií do záväzných súradnicových a výškových referenčných systémov. Tento vizualizačný model každému spracovateľovi umožňuje oddeliť proces spracovania informácie od procesu jeho zobrazovania a distribúcie. Ak budeme mať dáta v SRS ETRS89, potom na ich vizualizáciu a distribúciu budeme môcť využiť webové služby servisne orientovanej architektúry (WS SOA).

10. Záver

Snahou autorov bolo prezentovať konzistentný modulárny prístup ku kvalifikovanému spracovaniu 3D rozmernej geodetickej siete. Štvorvrstvová abstrakcia spracovania a interpretácie informácie v trojrozmerných modeloch geodetickej siete, popísanej výrazmi (1) až (11), je postačujúca na kombinované spracovanie terestrických metód merania s metódami *SKPOS*. Navyše LMVQUIE estimátor umožňuje spracovať všetky merané dáta so zohľadnením príslušnej kvality meracích prístrojov. Prevod od ťažnice závislých meraných dát na invarianty, ktoré sú na ťažovom poli nezávislé, a preto definujú iba geometrický aspekt objektu, je len jeden z možných postupov ako eliminovať problematiku detailnej znalosti modelu kvázigeoidu na minimum. Do spracovania vstupuje len v spojitosti s nivelovanými dátami. Len tieto svojou vysokou presnosťou v spojitosti s digitálnym modelom kvázigeoidu by mali byť hlavným nositeľom informácie o výškových pomeroch modelu geodetickej siete. Teoretické úvahy modelované v tomto príspevku dávajú optimizmus, že štvorvrstvový model budovania geodetickej siete pre potreby veľmi presných inžinierskych prác je dobrá cesta ako kombinovať klasické terestrické merania s meraniami získanými prostredníctvom služieb *SKPOS*. V súčasnosti sa dokončujú práce na programovej realizácii tu uvedenej teórie. Moduly sa stanú súčasťou programu *DTplus* [13]. Stanú sa prirodzeným premostením medzi riešeniami získavaných prostredníctvom už existujúcich programových balíkov PLS [12] a Nivelácia [15]. *SKPOS* a tu popísané postupy spracovania geodetickej informácie o objekte sú vhodným nástrojom IRS, v ktorých rozhodovanie je postavené na priestorovom aspekte reality.

11. Literatúra:

- [1] DOBEŠ, J., - ÁBELOVIČ, J. - BENEDIKOVIČ, J. – BUČKO, E. – FERIANC, D. – KLOBUŠIAK, M. - KUBÁČEK, L. - KUBÁČKOVÁ, L. – MOJZEŠ, M. - PECÁR, J. – PRIAM, Š. : Presné lokálne geodetické siete. Edícia VÚGK v Bratislave, Bratislava 1990, s. 177.
- [2] HEIN, G.: GNSS Interoperability : Achieving a Global System of Systems or „Does Everything Have to Be the Same?“. In : Inside GNSS. Premiere issue, Volume 1/Number 1, January-February 2006. www.insidegnss.com .
- [3] GERHÁTOVÁ, L. - HEFTY, J. : Integrácia meraní GPS a terestrických meraní. In : Zborník referátov „Zpracování měření GPS“, Brno, Ústav geodézie, FAST VUT v Brně, 4.2.2003, s. 83 – 87.
- [4] KLOBUŠIAK, M. : Programy na spoločné spracovanie GPS, nivelačných a gravimetrických meraní v prvej aproximácii ťažového poľa Zeme. [Etapa 4c, čiastkovej úlohy „Integrovaná geodetická sieť“] Bratislava, 1997.
- [5] KLOBUŠIAK, M. : Programy na spoločné spracovanie meraní GPS, gravimetrických a nivelačných v 2. aproximácii ťažového poľa Zeme, ako základu na budovanie integrovanej geodetickej siete. [Etapa 4c, čiastkovej úlohy Integrovaná geodetická sieť.] Bratislava, 1998.
- [6] KLOBUŠIAK, M.: Štátna priestorová sieť – nový lokalizačný fenomén Slovenska. In: Zborník referátov „Konferencia 50. výročia vzniku GKÚ Bratislava“. Bratislava, Pobočka SSGK pri GKÚ Bratislava, 28. september 2000, s. 83-105.

- [7] KLOBUŠIAK, M.: Reverzibilný vzťah realizácií dvoch projekčných systémov S-JTSK a ETRS 89. In: Zborník referátov „Medzinárodná konferencia Geodetické siete 2001“, pobočka SSGK pri GKÚ, Podbanské 2001, s. 67-75.
- [8] KLOBUŠIAK, M. – LEITMANNOVÁ, K.: Slovenská permanentná GNSS služba na prevádzkovanie slovenského priestorového observačného systému - nové geodetické priestorové základy. In: Zborník referátov „Geodetické referenčné systémy“, KGZ SvF STU, Bratislava 2002, s. 23-38.
- [9] KLOBUŠIAK, M. – LEITMANNOVÁ, K.: Vybudovanie Slovenskej permanentnej služby na využívanie globálnych navigačných satelitných systémov. [Návrh rezortného projektu.] GKÚ, Bratislava, september 2002.
- [10] KLOBUŠIAK, M. : Dynamický stochastický etalón. In: Zborník referátov "Metrológia v geodézii", SvF STU, Katedra geodetických základov, Bratislava 2001, s. 75-84.
- [11] KLOBUŠIAK, M. – LEITMANNOVÁ, K. – FERIANC, D. : S-JTSK A ETRS89 odhad transformačných parametrov metódou Transformácie na povrchu elipsoidu stotožnením normál. In: Zborník referátov „GPS, Galileo, Glonass – nové obzory geodézie“, KGZ SvF STU, Bratislava 2006.
- [12] KLOBUŠIAK, M.: PLS – Presné lokálne geodetické siete a systém na spracovanie nameraných údajov. [programový systém, verzia 10.2006] MaKlo, nepublikované. © 1990-2006.
- [13] KLOBUŠIAK, M.: DTplus – Programový systém na deterministické prevody a transformácie geodetických bodov a GIS objektov. Verzia 9.2006. MaKlo, nepublikované. © 1995-2006.
- [14] KLOBUŠIAK, M.: NIVE-VNS –Veľmi presné nivelačné siete, systém na zber, spracovanie a analýzu nameraných nivelačných údajov. [Programový systém NIVE-VNS 1.2001]. Bratislava, MaKlo, 1991-2001.
- [15] KLOBUŠIAK, M.: Nivelácia – Spracovanie presných nivelačných meraní zaznamenaných nivelačným prístrojom priamo v teréne do pamäte prístroja. [Program Nivelácia verzia 9.2006]. Bratislava, MaKlo, 2002-2006.
- [16] KLOBUŠIAK, M. – LEITMANNOVÁ, K. – FERIANC, D. : Realizácia záväzných transformácií národných referenčných súradnicových a výškového systému do Európskeho Terestrického Referenčného Systému 1989. In: CD Zborník referátov "Geodetické siete a priestorové informácie“, SSGK, GKÚ Bratislava, TPU Banská Bystrica, Podbánske 24.-26. október 2005.
- [17] KUBÁČEK, L. – KUBÁČKOVÁ, L. – KUKUČA, J. : Probability and Statistics in Geodesy and Geophysics. Elsevier, Amsterdam – Oxford – New York – Tokyo 1987, s 427. ISBN 0-444-98945-5.
- [18] KUBÁČEK, L. – KUBÁČKOVÁ, L.: Statistika a metrologie. Přírodovědecká fakulta Univerzity Palackého v Olomouci, s 307. ISBN 80-244-0093-6.
- [19] LEICK, A.: GPS Satellite Surveying. New York, Chichester, Toronto, Brisbane, Singapore, John Wiley & Sons, 1990. 352 p., ISBN 0-471-81990-5.
- [20] LEITMANNOVÁ, K. - KLOBUŠIAK, M.: Slovenská permanentná služba na využívanie globálnych navigačných satelitných systémov. In zborník referátov. 11. Slovenské geodetické dni. KGK, Bratislava 4.-5. decembra 2003, 81 – 87 s.

- [21] LEITMANNOVÁ, K.: – Určenie súradníc vybraných bodov ZBP v systéme ETRS89 a S-JTSK s využitím národného referenčného rámca ŠPS 99 (Meranie GPS v roku 1999). Technická správa 2000-2001.
- [22] LEITMANNOVÁ, K.- KLOBUŠIAK, M. – PRIAM, Š. - FERIANC, D.: SKTRF 2001 – referenčný rámec pre Štátnu priestorovú sieť. In: In: Zborník referátov „Geodetické referenčné systémy“, KGZ SvF STU, Bratislava 2002, s. 137- 148.
- [23] LEITMANNOVÁ, K.- HAVLÍKOVÁ, M. : – Výpočet SKTRF 2003. Technická správa 2003-2004. (nepublikované)
- [24] LEITMANNOVÁ, K.- KLOBUŠIAK, M. – FERIANC, D. : Realizácia SKTRF 2005. In: CD zborník referátov „Geodetické siete a priestorové informácie“, SSGK pri GKÚ a TOPU BB, 24.-26. 10. 2005.
- [25] PECÁR, J.: Matematický model integrovanej geodetickej siete. [Výskumná úloha]. VÚGK v Bratislave, Nepublikované.
- [26] SÜTTI, J. – WEISS, G.: Súradnicové meranie geodetických sietí univerzálnymi stanicami. Geodetický a kartografický obzor 41/83, 1995, číslo 3, s. 45-51.
- [27] WEISS, G.: Trojrozmerné spracovanie lokálnych geodetických sietí zameraných súradnicove. Geodetický a kartografický obzor 44/86, 1998, číslo 8, s. 165-171.
- [28] TUČEK, J. – KUSEDOVÁ, D. – HOFIERKA, J. – FABIÁN, P. (2000). Kompendium Panel-GI : Využitie geografických informácií a geografických informačných systémov. Rozšírený preklad originálu projektu INCO-COPERNICUS Panel-GI 977136 autorov FRANK, A. U., RAUBAL, M., VAN DER VLUGT, M.: Panel-GI Compendium Aguide to GI and GIS. INCO-COPERNICUS project no. 977136. Genova - Italy (European Commission) 2000.